

Математичка логика, септембарски рок 2010.

1. Нека су A, B и C произвољни скупови. Доказати или оповргнути:

$$A \triangle B \subseteq C \iff A \setminus C = B \setminus C.$$

(10 поена)

2. Нека $f, g : X \longrightarrow Y$. Доказати или оповргнути: ако за сваки $A \subseteq X$ и сваки $B \subseteq Y$ важи $f[A \cup g^{-1}[B]] = f[A] \cup B$, онда је $f = g$. (10 поена)
3. Наћи све кардинале κ, λ за које је $\kappa^2 \lambda^3 = 7^\kappa$. (10 поена)
4. Наћи све нееквивалентне исказне формуле A у којима се појављују искључиво исказна слова p и q и за које је формула $((A \vee p) \wedge (q \Rightarrow r)) \implies (\neg p \Rightarrow A)$ таутологија. (10 поена)
5. Испитати да ли је следећа формула ваљана

$$\forall x \forall y (A(x, y) \Rightarrow B(x, x)) \Rightarrow (\exists x \exists y A(x, y) \Rightarrow \exists x B(x, x)).$$

(10 поена)

6. Навести дефиницију „1-1“ функције. (2 поена)
7. Како гласи аксиома доброг заснивања (аксиома регуларности)? (2 поена)
8. Навести дефиницију добро уређеног скупа. (2 поена)
9. Навести дефиницију ординала. (2 поена)
10. Дефинисати уређени збир два скупа. (2 поена)
11. Дефинисати, на два начина, збир два ординала. (2 поена)
12. Објаснити појам формалног система. (2 поена)
13. Дефинисати појам теореме у формалном систему. (2 поена)
14. Навести аксиоме формалног система за исказни рачун. (2 поена)
15. Како гласи теорема дедукције за исказни рачун? (2 поена)
16. Доказати да не постоји бијекција између X и $\mathcal{P}(X)$. (10 поена)
17. Доказати да је скуп $\mathbb{R}$ непребројив. (10 поена)
18. Доказати теорему сагласности. (10 поена)