Математичка логика, новембарски рок 2010.

1. Нека су A, B и C произвољни скупови. Доказати или оповргнути:

$$A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle C \iff C \subseteq A. \text{ (10 поена)}$$

2. Нека је X бесконачан скуп и $f : X \longrightarrow X$ Доказати или оповргнути: ако је за сваки двочлан $A \subset X$ испуњено $f[A] \cap A \neq \emptyset$ онда је $f = id_X$. (10 поена)

3. Наћи све кардинале κ и λ за које је $\kappa^2 \lambda^3 = 5^\lambda$. (10 поена)

4. Низ исказних формула (A_n) дефинисан је са: $A_0 = p, A_1 = q, A_{n+2} = (A_{n+1} \Rightarrow A_n)$. Одредити све n за које је A_n таутологија. (10 поена)

5. Испитати да ли је следећа формула ваљана:

$$(\forall x \exists y (A(x,y) \Rightarrow (B(x) \vee C(x,y))) \wedge \neg \exists x \exists y C(x,y)) \Rightarrow (\exists x \forall y A(x,y) \Rightarrow \exists x B(x)). \text{ (10 поена)}$$

6. Навести дефиницију функције. (2 поена)

7. Како гласи аксиома доброг заснивања (аксиома регуларности)? (2 поена)

8. Навести дефиницију добро уређеног скупа. (2 поена)

9. Навести дефиницију ординала. (2 поена)

10. Дефинисати гранични ординал. (2 поена)

11. Дефинисати, на бар један начин, производ два ординала. (2 поена)

12. Објаснити појам формалног система. (2 поена)

13. Дефинисати појам теореме у формалном систему. (2 поена)

14. Навести аксиоме формалног система за исказни рачун. (2 поена)

15. Како гласи теорема дедукције за исказни рачун? (2 поена)

16. Доказати да не постоји бијекција између X и $\mathcal{P}(X)$. (10 поена)

17. Доказати да је скуп $\mathbb{R}$ непребројив. (10 поена)

18. Доказати теорему дедукције. (10 поена)