

Математичка логика, јануарски рок 2011.

1. Нека су A, B и C произвољни скупови. Доказати или оповргнути:

$$A \cap (B \Delta C) = A \Delta (B \cap C) \iff A \setminus B = (C \setminus A) \Delta (C \setminus B). \quad (10 \text{ поена})$$

2. Доказати или оповргнути: постоји функција $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ таква да је $f[A] \cap A = \emptyset$ за сваки коначан подскуп A скупа \mathbb{N} . (10 поена)

3. Наћи све кардинале κ, λ за које је $\kappa^2 \lambda^5 = 11^\lambda$. (10 поена)

4. Одредити све нееквивалентне исказне формуле A , које садрже само слова p и q и такве да је формула $((A \wedge p) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow A)) \Rightarrow (A \Rightarrow r)$ таутологија. (10 поена)

5. Испитати да ли је следећа формула ваљана:

$$\forall x (\exists y A(x, y) \Rightarrow \exists y (B(y) \vee C(y))) \Rightarrow (\exists x \exists y A(x, y) \Rightarrow (\neg \exists x B(x) \Rightarrow \exists x C(x))). \quad (10 \text{ поена})$$

6. Навести дефиницију „1-1“ функције. (2 поена)

7. Како гласи Цермелов принцип доброг уређења? (2 поена)

8. Навести дефиницију добро уређеног скупа. (2 поена)

9. Навести дефиницију ординала. (2 поена)

10. Дефинисати кардинал. (2 поена)

11. Дефинисати, на бар један начин, збир два ординала. (2 поена)

12. Објаснити појам формалног система. (2 поена)

13. Дефинисати појам извођења у формалном систему. (2 поена)

14. Навести аксиоме формалног система за исказни рачун. (2 поена)

15. Како гласи теорема дедукције за исказни рачун? (2 поена)

16. Доказати теорему о сагласности за исказни рачун. (10 поена)

17. Доказати да постоји бијекција између 2^X и $\mathcal{P}(X)$ за сваки скуп X . (10 поена)

18. Доказати теорему дедукције. (10 поена)