Математичка логика, фебруарски рок 2011.

1. Нека су A, B и C произвољни скупови. Доказати или оповргнути: ако је $A \triangle B \subseteq C$ и $B \triangle C \subseteq A$, онда је и $A \triangle C \subseteq B$. (10 поена)
2. Нека $f : X \to Y$ и нека је $A \subseteq X$, $B \subseteq Y$. Доказати или оповргнути: $f[A \setminus f^{-1}[B]] = f[A] \setminus B$. (10 поена)
3. Доказати или оповргнути: за сваки гранични ординал λ важи: $(\lambda \cdot 2)^2 = \lambda^2 \cdot 2$. (10 поена)
4. Низ исказних формула (A_n) дефинисан је са:
$$A_0 = q, \quad A_{n+1} = \begin{cases} (A_n \Rightarrow p), & \text{ако је } n \text{ паран} \\ (q \Rightarrow A_n), & \text{ако је } n \text{ непаран} \end{cases}$$
Наћи све n за које је формула A_n таутологија.
5. Испитати да ли је следећа формула ваљана:
$$\forall x(\exists y A(y) \Rightarrow \exists z B(x,z)) \Rightarrow (\forall x A(x) \Rightarrow \forall x \exists y B(x,y)).\ \text{(10 поена)}$$
6. Навести дефиницију домена бинарне релације. (2 поена)
7. Навести формулацију Цорнове леме. (2 поена)
8. Навести дефиницију добро уређеног скупа. (2 поена)
9. Навести дефиницију кардинала. (2 поена)
10. Дефинисати производ кардинала. (2 поена)
11. Дефинисати степен ординала. (2 поена)
12. Објаснити појам формалног система. (2 поена)
13. Дефинисати појам теореме у формалном систему. (2 поена)
14. Навести аксиоме формалног система за исказни рачун. (2 поена)
15. Како гласи теорема о потпуности за исказни рачун? (2 поена)
16. Доказати теорему о сагласности за исказни рачун. (10 поена)
17. Доказати да је скуп реалних бројева непребројив. (10 поена)
18. Доказати Кантор-Бернштајнову теорему. (10 поена)