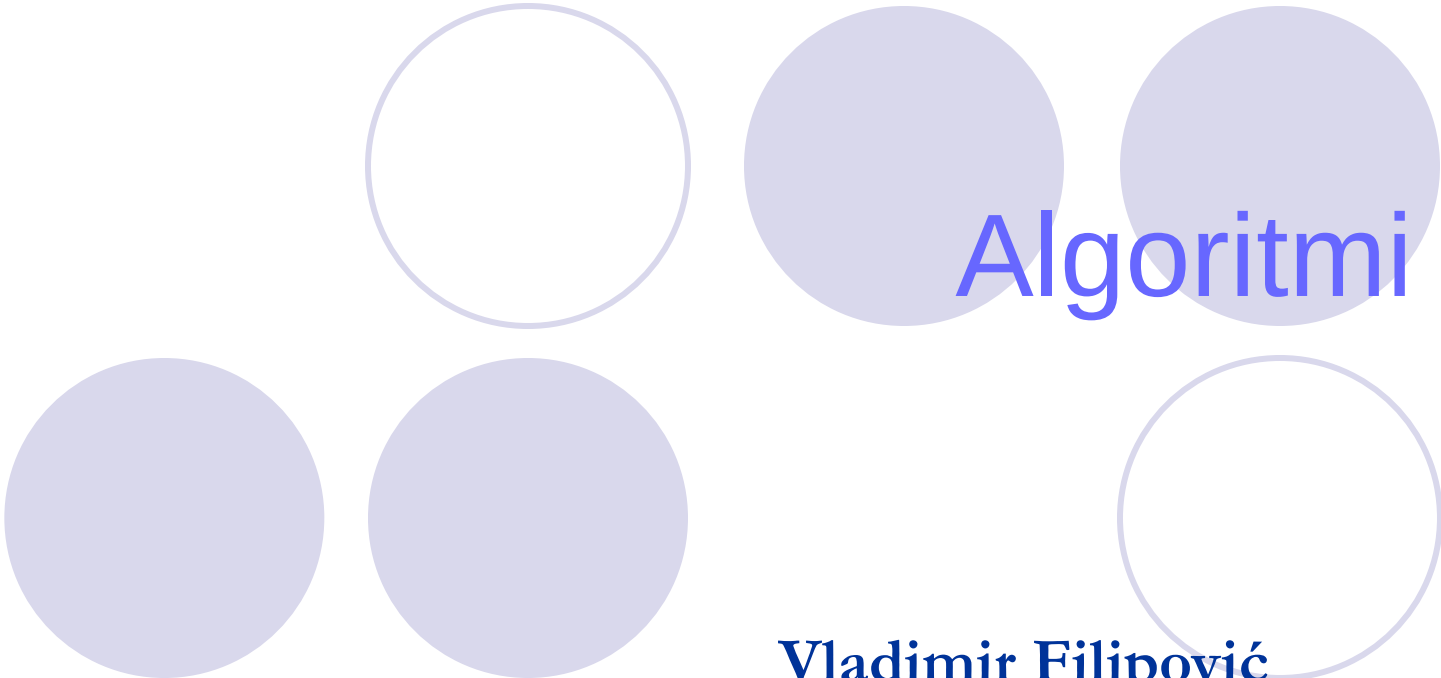




Algoritmi

Vladimir Filipović

vladaf@matf.bg.ac.rs

Pojam Algoritma

Postoji posebna grana matematike: **Teorija algoritama**

Uloga algoritama

- Forma izlaganja naučnih rezultata
- Uputstvo za rešavanje već proučenih problema
- Sredstvo za ekonomisanje umnim radom
- Sredstvo pri automatizaciji rešavanja zadataka (pisanja programa)
- Sredstvo za izučavanje novih problema
- Sredstvo za opis složenih procesa
- Sredstvo za zasnivanje matematike

Definicija algoritma

Algoritam je konačan skup strogo formulisanih pravila za rešavanje neke klase zadataka.

Ili:

Algoritam je konačan skup pravila o tome kakva dejstva i kojem poretku treba izvršiti da bi se rešio svaki zadatak iz klase zadataka istog tipa.

Ovako iskazane definicije nazivaju se **intuitivne** (opisne, deskriptivne) definicije. Pored opisnih definicija postoje i **formalne** (matematičke, stroge) definicije algoritma.

Nastanak i razvoj pojma algoritam

Algoritmi u antičkom periodu

Al Horezmi

Oformljenje terima algoritama

Lajbnicova univerzalna mašina

Algoritmi u 19. i 20. veku

Problem nepostojanja precizne definicije algoritma

Preciziranje pojma algoritam i nastanak matematičkih definicija
1936. godine.

Matematičke definicije pojma algoritam

Postoji veći broj matematičkih definicija pojma algoritam.

1936. Gedel (Gödel K.), Erban, Klini(Kleene S.C.): **Rekurzivne funkcije;**

1936. Čerč (Church A.): **λ -račun;**

1936. Gedel (Gödel K.), Klin (Kleene S.C.): **μ -rekurzivne funkcije;**

1936. Tjuring (Turing A.): **Tjuringova mašina;**

1943. Post (Post E.): **Postova mašina;**

1951. Markov (Markov A.): **Normalni algoritmi;**

1963. Šeferdson(Shepherdson J.R.) , Stardžis (Sturgis H.F.): **Mašine sa neograničenim registrima (URM).**

Dokazno je da su sve pobrojane matematičke definicije pojma algoritam međusobno ekvivalentne.

Teza Čerča (Church A.)

To je hipoteza koju je Čerč postavio 1936. godine, a koja uspostavlja odnos između intuitivnih i matematičkih definicija pojma algoritam.

Ona je najpre izrečena u obliku: Klasa rekurzivnih funkcija je ekvivalentna sa klasom izračunljivih funkcija. (tj. matematička definicija pojma algoritam pomoću rekurzivnih funkcija je ekvivalentna intuitivnom shvatanju pojma algoritam).

Kako su sve matematičke definicije pojma algoritam ekvivalentne međusobno, ona se uopštava i izriče u obliku:

Definicija algoritma u intuitivnom smislu ekvivalentna je sa nekom matematičkom definicijom algoritma.

Zašto je ovo hipoteza, a ne teorema?

Šta su argumenti koji idu i prilog Tezi Čerča?

Algoritamski nerešivi problemi

Sa preciziranjem pojma algoritam (uvođenjem matematičkih definicija), dokazano je da postoje **algoritamski nerešivi problemi**. Algoritamski nerešiv problem se **ne može** rešiti pomoću računara.

Primeri algoritamski nerešivih problema:

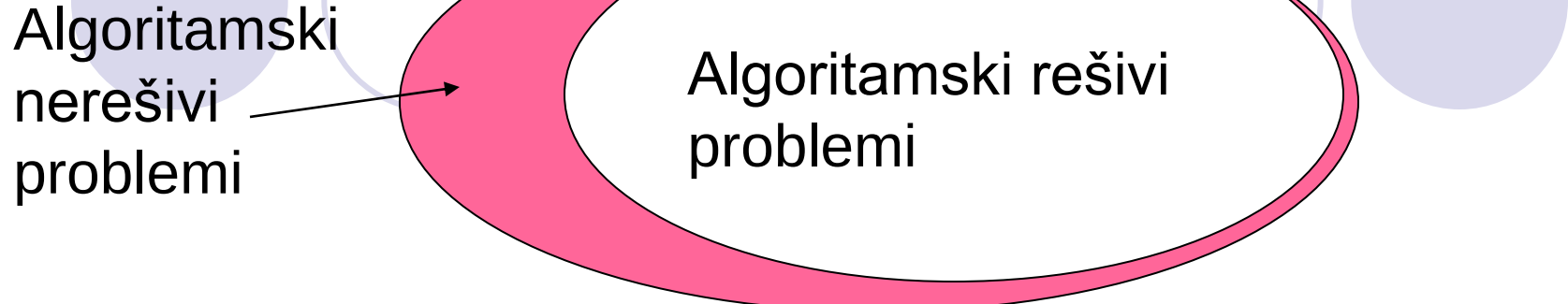
1. Problem prepoznavanja izvodljivosti u matematičkoj logici.
 2. Problem ekvivalentnosti reči u proizvoljnom asocijativnom računu.
 3. Deseti Hilbertov problem.
 4. Problem prepoznavanja primenljivosti za Turingove mašine.
 5. Problem jednakosti elementarnih funkcija realne promenljive.
-

Problem jednakosti funkcija elementarne promenljive

Definicija:

1. x je term.
2. π je term.
3. Ako su u i v termovi, tada su takodje termovi: $(u+v)$, $(u-v)$, $(u*v)$, (u/v) , $\sin(u)$ i $|u|$.
4. Term se može formirati samo na osnovu 1,2, i 3.

Problem: Ako se izaberu dva proizvoljna terma, ispitati da li predstavljaju istu funkciju realne promenljive.



Algoritamski
nerešivi
problemi

Algoritamski rešivi
problemi

Za problem kažemo da je algoritamski rešiv ako se za njega može opisati algoritam na pogodan način.

Postoji razni načini zapisa (opisa) algoritama:

- pomoću govornog jezika;
- algoritamskom šemom (blok-dijagramom);
- pseudo kodom;
- pomoću programskog jezika;
-

Način zapisa algoritma

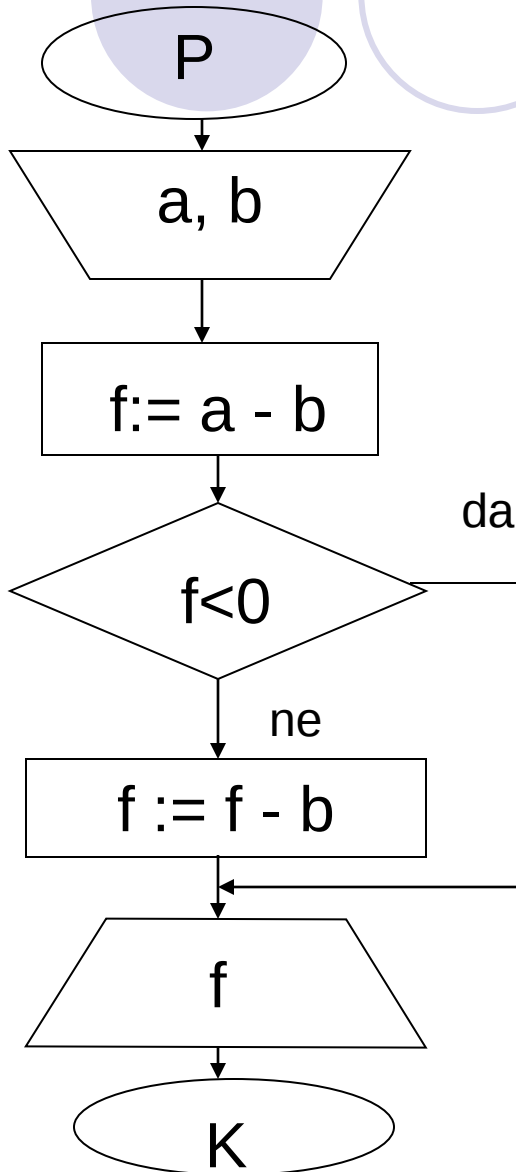
Primer 1: Opisati algoritam za računanje vrednosti funkcije:

$$f(a, b) = \begin{cases} a - b, & a < b \\ a - 2b, & a \geq b \end{cases}$$

I način:

1. Učitati i zapamtiti a i b. Preći na korak 2.
2. Od a oduzeti b, smestiti u f i preći na korak 3.
3. Ako je $f < 0$, preći na korak 5, u suprotnom, na korak 4.
4. Od f oduzeti b smestiti u f i preći na korak 5.
5. Prikazati (saopštiti) f i preći na korak 6.
6. Zaustaviti postupak.

II način:



III način:

1. UČITATI: a, b;
2. $a - b \Rightarrow f$;
3. AKO $f \geq 0$, TADA $f - b \Rightarrow f$;
4. ŠTAMPATI: f;
5. STOP.

IV način:

static double fun (double a, double b)

```

{
    double f;
    f = a - b;
    if (f >= 0)
        f -= b;
    System.out.println(f);
    return f;
}
  
```

Primer2: Opisati algoritam za nalaženje NZD(m, n).

Pseudo kod:

UČITATI: m, n ;

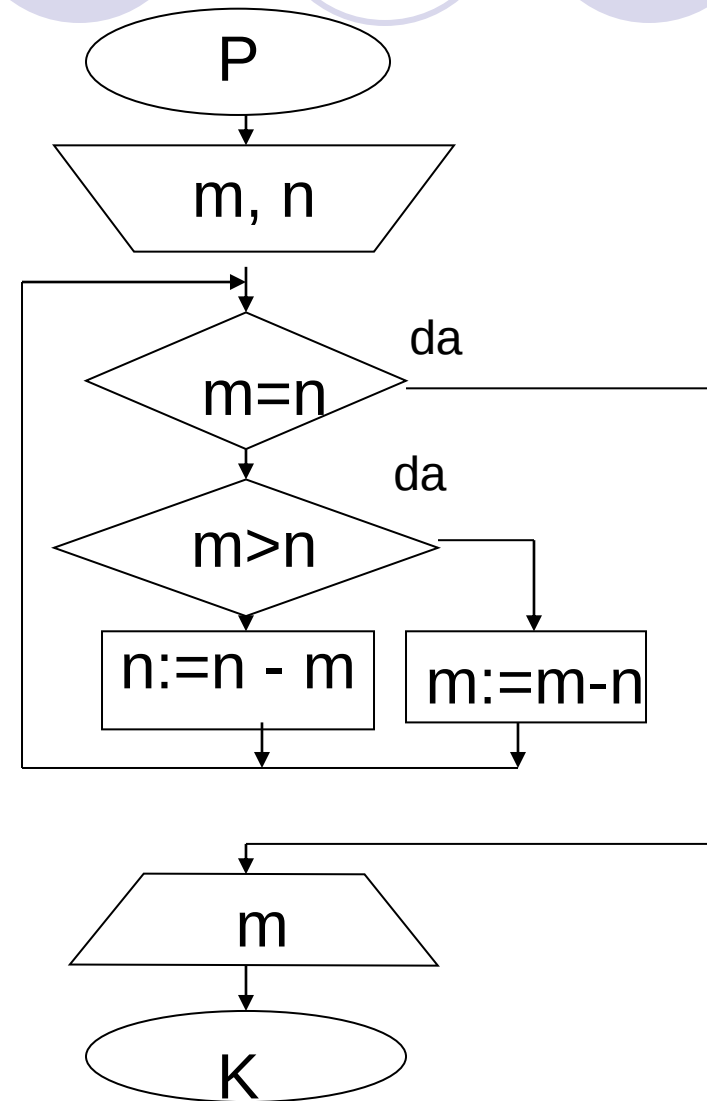
SVE DOK JE $m \neq n$ URADITI:

AKO JE $m > n$ TADA $m := m - n$,
INACE $n := n - m$;

ŠTAMPATI: m ;

STOP.

Algoritamska šema:



Svojstva algoritama

Algoritmi imaju niz svojstva. To su:

1. **Determinisanost**
2. **Elementarnost**
3. **Diskretnost**
4. **Rezultativnost**
5. **Masovnost**
6. **Usmerenost**
7. **Konstruktivnost**

Zadaci za vežbanje:

1. Opisati algoritam (bar na 3 načina) za izračunavanje vrednosti datog polinoma: $P_n(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$.
2. Opisati algoritam (bar na 2 načina) za nalaženje maksimalnog elementa datog niza.
3. Opisati algoritam za proveru da li je broj prost.
4. Opisati algoritam za množenje dve date matrice $A_{m \times n}$ i $B_{n \times k}$.