

Značajne tačke trougla

Projekat iz Obrazovnog softvera

Stefan Mišković

Matematički fakultet, Beograd

- 1 Osnovni pojmovi
- 2 Značajne tačke trougla
- 3 Veze između značajnih tačaka
- 4 Zaključak

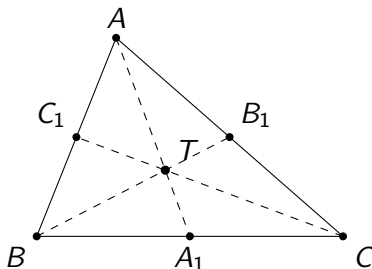
Za određivanje značajnih tačaka trougla koriste se sledeći pojmovi:

- **težišna duž** spaja teme trougla sa središtem naspramne stranice,
- **visina** polazi iz temena i normalna je na pravu koja sadrži naspramnu stranicu,
- **simetrala stranice** prolazi kroz središte stranice i normalna je na tu stranicu,
- **simetrala ugla** deli unutrašnji ugao trougla na dva jednaka dela.

Težište trougla

- Težište T je zajednička tačka težišnih duži trougla.
- Uvek se nalazi u unutrašnjosti trougla.
- Ako je A_1 središte stranice BC , tada težište deli težišnu duž AA_1 u odnosu

$$AT : TA_1 = 2 : 1.$$



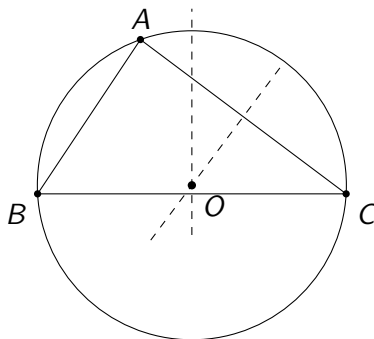
- Ortocentar H je zajednička tačka pravih koje sadrže visine trougla.
- Njegov položaj zavisi od vrste trougla:
 - kod oštroglog trougla nalazi se u unutrašnjosti,
 - kod pravouglog trougla poklapa se sa temenom pravog ugla,
 - kod tupouglog trougla nalazi se izvan trougla.
- Za razliku od težišta, ortocentar ne mora biti unutrašnja tačka trougla.

Centar opisane kružnice

- Centar opisane kružnice O dobija se u preseku simetrala stranica.
- Jednako je udaljen od sva tri temena, pa važi

$$OA = OB = OC = R.$$

- Kod pravouglog trougla nalazi se u središtu hipotenuze.

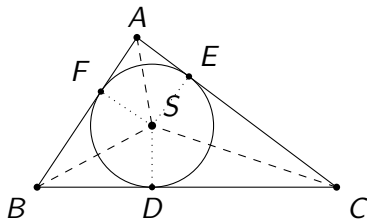


Centar upisane kružnice

- Centar upisane kružnice S je presek simetrala unutrašnjih uglova trougla.
- Jednako je udaljen od sve tri stranice trougla, pa važi

$$SD = SE = SF = r.$$

- Uvek se nalazi u unutrašnjosti trougla.



Položaj značajnih tačaka

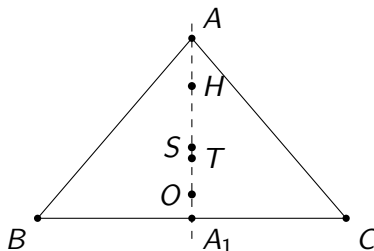
Tačka	Određena je presekom	Položaj
T	težišnih duži	uvek u unutrašnjosti
H	visina	zavisi od vrste trougla
O	simetrala stranica	zavisi od vrste trougla
S	simetrala uglova	uvek u unutrašnjosti

- Kod oštroglog trougla sve četiri značajne tačke nalaze se u unutrašnjosti trougla.

Jednakokraki i jednakostranični trougao

- Kod jednakokrakog trougla tačke T , H , O i S nalaze se na osi simetrije.
- Kod jednakostraničnog trougla sve četiri značajne tačke se poklapaju:

$$T = H = O = S.$$



- Ako trougao nije jednakostraničan, centar opisane kružnice O , težište T i ortocentar H nalaze se na istoj pravoj.
- Težište se nalazi između O i H i deli duž OH u odnosu

$$OT : TH = 1 : 2.$$

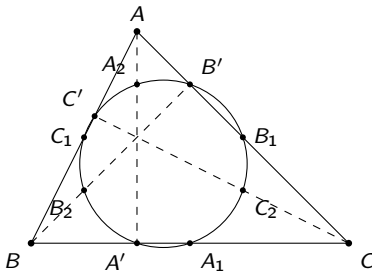
- Kod jednakokrakog trougla koji nije jednakostraničan Ojlerova prava poklapa se sa osom simetrije.

Napomena

Centar upisane kružnice S u opštem slučaju ne pripada Ojlerovoj pravoj.

Kružnica devet tačaka

- Kružnica devet tačaka prolazi kroz:
 - središta stranica A_1 , B_1 , C_1 ,
 - podnožja visina A' , B' , C' ,
 - središta duži AH , BH , CH , označenih sa A_2 , B_2 , C_2 .
- Njen centar je središte duži OH .
- Poluprečnik joj je jednak polovini poluprečnika opisane kružnice.



- Značajne tačke trougla nastaju iz različitih geometrijskih elemenata i imaju karakteristične osobine.
- Njihov položaj zavisi od oblika trougla, a posebne pravilnosti javljaju se kod jednakokrakog i jednakostraničnog trougla.
- Ojlerova prava povezuje težište, ortocentar i centar opisane kružnice.
- Kružnica devet tačaka pokazuje još jednu važnu vezu između različitih elemenata trougla.