

Анализа 2 (И смер): Степени редови, задаци за вежбу

1. Испитати обичну и апсолутну конвергенцију редова:

(a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n;$

(б) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right) x^n;$

(в) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left[\frac{2^n (n!)^2}{(2n+1)!} \right] x^n$ (без испитивања понашања на рубу интервала);

(г) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3 + (-1)^n)^n}{n} x^n.$

2. Развити у степени ред следеће функције:

а) $f(x) = \operatorname{Sh} x;$

б) $f(x) = \frac{x}{1 + x - 2x^2};$

в) $f(x) = \sin^3 x;$

г) $f(x) = \ln(1 + x + x^2 + x^3);$

д) $f(x) = \operatorname{arctg} x;$

ђ) $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt;$

е) $f(x) = \ln^2(1 - x).$

3. Сабрати следеће степене редове:

(a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1};$

(б) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{n(2n-1)};$

(в) $\sum_{n=1}^{+\infty} nx^n.$

4. Сумирати следеће редове:

(a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{2n-1}}{n!};$

(б) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n + nn!}{(2n)!!};$

(в) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n n}.$