

**Девети домаћи задатак из Анализе 1 (И смер): Екстремуми, монотоност, конвексност,
испитивање функција**

1. Кутија без поклопца треба да буде направљена од квадрата странице 12 исецањем четири једнака мала квадрата из углова. Колика треба да буде страница малих квадрата да би се добила кутија максималне запремине?
2. Колики треба да буду полупречник и висина кружног цилиндра да би се за конструкцију таквог цилиндра запремине једног литра потрошило најмање материјала?
3. Колику највећу површину може да има правоуганик уписан у полукруг полупречника 2 (тако да су му два темена на пречнику, а два на кругу)? Колике су странице тог правоугаоника?
4. Одредити интервале на којима функција f расте и опада:

а) $f(x) = \frac{x^2}{2^x}$;

б) $f(x) = x \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sin(\ln x) \right)$;

в) $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$;

г) $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$;

д) $f(x) = \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

5. Да ли тачно да је x_0 превојна тачка два пута диференцијабилне функције ако је $f''(x_0) = 0$? Образложити одговор.
6. Шта се може рећи о конвексности и превојним тачкама параболе $y = ax^2 + bx + c$, а шта о конвексности и превојним тачкама кубне криве $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (дискутовати по параметрима a , b , c и d)?
7. За коју вредност реалног параметра b крива $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ има за превојну тачку $x = 1$?
8. Испитати ток и скицирати графике следећих функција:

а) $f(x) = (x-2)^{\frac{2}{3}}(x+1)^{\frac{1}{3}}$;

б) $f(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 4x + 4}}$;

в) $f(x) = x \ln \frac{x}{x-1}$;

г) $f(x) = xe^{\frac{p}{x}}$, за $p \in \mathbb{R}$;

д) $f(x) = \operatorname{arctg}(e^x) - \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}}$;

ђ) $f(x) = x \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{1}{x} \right)$;

е) $f(x) = 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{|x|} + \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$.