

Шести домаћи задатак из Анализе 1 (И смер): извод функције

1. Израчунати помоћу дефиниције изводе следећих функција: а) $f(x) = 3 \cos x + \sqrt{x}$; б) $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$; в) $f(x) = \frac{x}{x-1}$; г) $f(x) = \operatorname{tg} x$.
2. Израчунати следеће изводе: а) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$; б) $f(x) = \sin(e^{2x}) \cos x + \frac{x+2}{x^2+2}$; в) $f(x) = \ln(x^2 + x + 2) \sqrt{\cos^2 x + 1}$; г) $f(x) = e^{e^x}$; д) $f(x) = (1 + x^2)^{x^x}$.
3. Наћи једначину тангенте на следеће криве:
а) $y = x + \frac{9}{x}$ у тачки $x = -3$;
б) $y = 1 + \sqrt{4-x}$ у тачки $x = 3$;
в) $y = \frac{8}{\sqrt{x-2}}$ у тачки $x = 6$.
4. Наћи све тачке на кривој $y = \operatorname{ctg} x$, $x \in (0, \pi)$, у којима је тангента на криву паралелна правој $y = -x$.
5. Да ли тангента криве $y = \sqrt{x}$ сече x -осу у тачки $x = -1$? Ако сече, наћи њену једначину и тачку додира, а ако не сече, образложити зашто.
6. Да ли функција $f(x) = \sqrt[3]{x}$ има извод у тачки $x = 0$? А тангенту на график? Дати геометријску интерпретацију. Шта је са функцијом $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$? Зашто график прве функције нема „шпиц” а друга има?
7. Навести пример функције која је непрекидна али није диференцијабилна у тачки $x = -2$.
8. Одредити a и b такве да функција $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x < -1, \\ bx + 1, & x \geq -1 \end{cases}$ буде диференцијабилна. Нацртати график за ове вредности и за још један пар (a, b) (видети како се нарушава диференцијабилност или непрекидност).
9. У којим тачкама крива $y = \arccos \frac{2x}{1+x^2}$ можда нема тангенту (зашто)?