

Трећи домаћи задатак из Анализе 1 (II смер): гранична вредност функције

1. Користећи дефиницију лимеса доказати:

а) $\lim_{x \rightarrow 5} (3x - 1) = 14$;

б) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x+1}{x-5} = +\infty$;

в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2} = 3$;

г) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - 1) = -\infty$.

2. Наћи једностране лимесе:

а) $\lim_{x \rightarrow 5^\pm} e^{\frac{1}{x-5}}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^\pm} e^{\operatorname{tg} x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{x}{a} \left[\frac{b}{x} \right]$ и $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{b}{x} \left[\frac{x}{a} \right]$, за $a, b > 0$.

3. Наћи следеће лимесе:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}$, за $m, n \in \mathbb{N}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[n]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$, за $m, n \in \mathbb{N}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha x)}{\sin(\beta x)}$, за $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $\beta \neq 0$; $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(mx)}{\sin(nx)}$, за $m, n \in \mathbb{N}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x \sin(2x)}{x^2}$;
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2(2x)}{\cos \frac{x}{2} - 1}$;

в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x$; $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9} - 2}$;

г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{2x-1}$; $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{2x}}$; $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}$;

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arctg(3x)}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x)}{\log \cos(2x)}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - e^{-x^2}}{\operatorname{tg}^2(2x)}$.