

Први домаћи задатак из Анализе 1 (И смер): скупови $\mathbb{Q}$ и $\mathbb{R}$, елементарне функције

1. Дати су скупови $A, B \subset \mathbb{R}$: $A := \left\{ \frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ и $B := (-1, 2) \cap \mathbb{Q}$. Доказати да су скупови A и B ограничени али да немају максимум ни минимум. Одредити супремум и инфумум датих скупова.
2. Доказати да је $\sup(-A) = -\inf A$ и $\inf(-A) = -\sup A$, ако је $-A := \{-x \mid x \in A\}$, за $A \subset \mathbb{R}$.
3. Доказати да је $\sup(A+B) = \sup A + \sup B$ и $\inf(A+B) = \inf A + \inf B$ ако је $A+B := \{a+b \mid a \in A, b \in B\}$. Како би гласило одговарајуће тврђење за скуп $A - B$?
4. Наћи домене следећих функија.
 - а) $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$;
 - б) $f(x) = \log(\log_2(\sqrt{x+17} - x))$;
 - в) $f(x) = \arcsin \sqrt{x^2 + x + 1}$;
 - г) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 + x - 1}$.
5. Наћи $f(A)$ ако је
 - а) $f(x) = \frac{1}{x}$, $A = (0, 2)$;
 - б) $f(x) = \log \sqrt{x+7}$; $A = (-3, 4]$;
 - в) $f(x) = x^2 + x$; $A = (-2, 5]$.
6. Нека је $f(x) = x^2 - 4x + 1$ и $g(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases}$
 - а) На којим интервалима је функција f растућа, а на којима опадајућа? Наћи f^{-1} на сваким од тих интервала. Да ли је функција f НА? Да ли је функција g 1-1, и да ли је НА?
 - б) Наћи $f \circ f$, $g \circ f$ и $f \circ g$.