

Анализа 2 - II смер
Домаћи задатак 9
Функционални низови и редови

1. Испитати равномерну конвергенцију следећих низова у назначеним интервалима:

(a) $f_n(x) = x^n - x^{n+1}$ на $[0, 1]$;

(б) $f_n(x) = x^n - x^{2n}$ на $[0, 1]$;

(ц) $f_n(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{n^2}}$ на $\mathbf{R}$;

2. Испитати равномерну конвергенцију следећих редова у наведеним интервалима:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{[(n-1)x+1](nx+1)}, x \in (0, \infty)$;

(б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^5x^2}, x \in \mathbf{R}$;

(ц) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{1}{3^n x}, x \in (0, +\infty)$;

3. Одредити домене функција:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2x+1} \right)^n$;

(б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}$;

4. Показати да низ $f_n(x) = n(1 - \sqrt[n]{x})$ конвергира функцији $f(x) = -\ln x$, равномерно на сваком сегменту $[a, b] \subset (0, 1)$.