

Анализа 2, II смер

Домаћи задатак 7

Редови. Редови са позитивним члановима

1. Израчунати збирове: $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.
2. Испитати конвергенцију редова: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + \sin n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n^2+2n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n + 2n}{n^3 + 2n^2 + 4}$.
3. Ако ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ са позитивним члановима конвергира, да ли увек морају да конвергирају и редови:
 $\sum_{n=1}^{\infty} \sin a_n$; $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{\alpha}$, $(\alpha \in \mathbb{R}_+)$; $\sum_{n=1}^{\infty} (e^{a_n} - 1)$?
4. Ако редови $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ конвергирају, доказати да конвергирају и редови $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2$.
5. Испитати конвергенцију редова: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n+1)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(2 + \frac{1}{n})^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$.
6. Испитати конвергенцију редова: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \sin \frac{\pi}{n}$ ($p \in \mathbb{R}$), $\sum_{n=1}^{\infty} \left(e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right)$.
7. Користећи интегрални критеријум испитати конвергенцију редова:
 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctg n\right)$, $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^p \ln^q n}$ ($p, q > 0$).