

АНАЛИЗА 2-И

Домаћи задатак 4 (Одређени интеграл. Примене)

1. Израчунати интеграле:

(а) $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx;$

(б) $\int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx;$

(в) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + \sin^2 x};$

(г) $\int_{1/e}^e |\ln x| dx;$

(д) $\int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos x dx.$

2. Дат је интеграл $I_n = \int_0^1 (1 - x^2)^{n/2} dx$, $n \in \mathbf{N}$. Доказати да је $I_n = \frac{n}{n+1} I_{n-2}$ за $n = 2, 3, \dots$, а затим израчунати I_n .

3. Израчунати површину фигуре ограничене графицима функција $y = \arcsin x$ и $y = \arccos x$ у равни xOy .

4. Израчунати дужину криве $y = \int_{-2}^x \sqrt{3t^4 - 1} dt$, за $-2 \leq x \leq -1$.

5. Израчунати дужину криве $y = \ln x$, $x \in [\sqrt{3}, \sqrt{8}]$.

6. Одредити површину омотача тела које настаје ротацијом око x -осе дела параболе $y^2 = 4 + x$ од темена до тачке са апсцисом $x = 2$.

7. Израчунати површину површи добијене ротацијом криве $y = \frac{x^3}{9}$, $0 \leq x \leq 2$, око x -осе.

8. Израчунати површину фигуре у равни xOy која је ограничена кругом $x^2 + y^2 = 8$ и параболом $y^2 = 2x$ и смештена је у полуравни $x \geq 0$.

9. У тачки $P(3, 2)$ параболе $y^2 = 2(x - 1)$ конструисана је тангента. Израчунати запремину тела које настаје обртањем око x -осе фигуре ограничене овом тангентом, параболом и x -осом.