

АНАЛИЗА 2-И

Домаћи задатак 3 (Одређени интеграл)

1. По дефиницији израчунати интеграле:

(а) $\int_0^1 e^x dx$;

(б) $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ (упутство: користити вредности функције у тачкама $\xi_i = \sqrt{x_{i-1}x_i}$).

2. Користећи Њутн-Лајбницову формулу израчунати интеграле:

(а) $\int_1^4 \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2} dx$;

(б) $\int_{-3}^{-2} \frac{dx}{x^2 - 1}$.

3. Доказати да за све природне бројеве m и n важи:

(а) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \cdot \cos nx dx = 0$;

(б) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 mx dx = \pi$.

4. Наћи извод функције $F(x)$ ако је:

(а) $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$;

(б) $F(x) = \int_x^0 \sqrt{1+t^3} dt$;

(в) $F(x) = \int_{\ln x}^{2 \ln x} \frac{e^t}{t} dt$.

5. Користећи се Лопиталовим правилом наћи граничне вредности:

(а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x \sqrt{1+t^4} dt$;

(б) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{x^3} \int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt$.

6. Израчунати следеће граничне вредности користећи се интегралним сумама:

(а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{1^2 + n^2} + \frac{n}{2^2 + n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n^2} \right)$;

(б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \cdots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$;

(в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \cdots + n^p}{n^{p+1}}, p > 1$.