

Анализа 2 - II смер

Домаћи задатак

Фуријеови редови

1. Написати Фуријеове редове следећих функција и наћи збирове тих редова:

(a) $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$ у интервалу $(0, 2\pi)$;

(б) $f(x) = \operatorname{sgn} \cos x$;

(ц) $f(x) = x^2$ на сегменту $[-\pi, \pi]$; израчунати $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ и $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$;

(д) $f(x) = x^2$ у синусни ред на $[0, \pi)$;

(е) $f(x) = x$ по косинусима на $(0, \pi)$; израчунати $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$;

(ф) $f(x) = x - [x]$; израчунати $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$;

(г) $f(x) = (x) =$ растојање до најближег целог броја; израчунати $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$;

(х) $f(x) = |\sin x|$;

(и) $f(x) = \arcsin(\sin x)$;

(j) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 < x < 2, \\ 3-x, & 2 \leq x < 3; \end{cases}$

(к) $f(x) = e^{ax}$ у $(-\pi, \pi)$.

2. Написати Парсевалову једнакост за функцију $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < \alpha, \\ 0, & \alpha < |x| < \pi, \end{cases}$ и помоћу ње сумирати

редове $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\alpha}{n^2}$ и $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n\alpha}{n^2}$.