

Анализа 2 - II смер
Домаћи задатак 10
Функционална својства граничне функције

1. Одредити домене функција:

(а) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2x+1} \right)^n$;

(б) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}$.

2. Дат је низ $a_n(x) := n^\alpha x e^{-nx}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. За које α :

(а) низ $a_n(x)$ конвергира на $[0, 1]$;

(б) низ $a_n(x)$ равномерно конвергира на $[0, 1]$;

(в) важи $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 a_n(x) dx = \int_0^1 (\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(x)) dx$?

3. Нека је $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$. Показати да је функција f дефинисана и непрекидно диференцијабилна на $\mathbb{R}$.

4. Може ли се ред $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{x}{n^2}$ диференцирати члан-по-члан?

5. Испитати дефинисаност и диференцијабилност функције $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|}{n^2 + x^2}$.