

## АНАЛИЗА 2-И

Несвојствени интеграл (задачи за вежбу)

1. Израчунати несвојствене интеграле ако они конвергирају:

(а)  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx,$

(б)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x-2};$

(в)  $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx,$

(г)  $\int_0^1 \ln x dx;$

(д)  $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x};$

(ђ)  $\int_0^{+\infty} e^{-ax} \sin bx dx, a > 0.$

2. Испитати да ли конвергирају интеграли:

(а)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{x^4+x^2+1} dx;$

(б)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+1}};$

(в)  $\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x^2} dx.$

3. Интеграл  $I = \int_0^\pi \frac{dx}{4-3\cos x}$  израчунати сменом  $t = \tan \frac{x}{2}$ .

4. Испитати да ли конвергирају интеграли:

(а)  $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan ax}{x^p} dx, a, p \in R;$

(б)  $\int_0^2 \frac{dx}{\ln x};$

(в)  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^p \ln^q x}.$

5. Израчунати:

(а)  $\int_0^\infty \sqrt{x} e^{-\sqrt[3]{x}} dx;$

(б)  $\int_0^1 x^2 \left(\ln \frac{1}{x}\right)^3 dx;$

(в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty e^{-x^n} dx;$

(г)  $\int_0^\pi \sin^4 x \cos^6 x dx;$

(д)  $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx, a > 0;$

(b)  $\int_0^\infty \frac{x^{m-1}}{1+x^n} dx, 0 < m < n;$

(e)  $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^3}.$

6. Израчунати површину ограничену кривом  $|x|^\alpha + |y|^\alpha = r^\alpha, r, \alpha > 0.$