

АНАЛИЗА 2-И Неодређени интеграл (задаци)

1. Израчунати неодређене интеграле:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \int (1+x+x^2)(3-x^3+2x^4) dx, \quad \int (x^\alpha + 2\cos x - 3) dx, \quad \int \left(a^x \ln a + \frac{1}{x^3}\right) dx; \\ \text{(б)} \quad & \int \left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+x^2}\right) dx, \quad \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{1-\cos^2 x}\right) dx, \quad \int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 dx; \\ \text{(в)} \quad & \int \frac{x^2+x+1}{x} dx, \quad \int \frac{x^2 dx}{1+x^2}, \quad \int \frac{(x+2\sqrt{x})(x^2-1)}{x^2} dx, \\ \text{(г)} \quad & \int \left(\frac{3}{\sqrt{x^2-1}} + \frac{5}{x^2+1}\right) dx, \quad \int \left(\frac{1}{1-x^2} + \frac{1}{1+x^2}\right) dx. \end{aligned}$$

2. Погодним сменама израчунати интеграле:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \int \sin x \cos x dx, \quad \int \cos x \cos 2x dx, \quad \int \sin^2 mx dx, \quad \int \frac{\cos x}{\sin^2 x + 1} dx; \\ \text{(б)} \quad & \int \frac{dx}{x^2+x+1}, \quad \int (e^x+3)^2 dx; \quad \int \frac{e^x dx}{e^{2x}+1}, \quad \int \frac{dx}{x(\ln^2(2x)+1)}, \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{\ln^2 x - 1}}. \end{aligned}$$

3. Израчунати интеграле $\int \sqrt{a^2+x^2} dx$, $\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2+x^2}} dx$, $\int \sqrt{a^2-x^2} dx$, $\int \sqrt{x^2-a^2} dx$.

4. Израчунати интеграле парцијалном интеграцијом:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \int (x^2-3)e^{-2x} dx, \quad \int \sin^3 x dx, \quad \int \ln x dx, \quad \int \ln^2 x dx; \\ \text{(б)} \quad & \int (\sin^3 x - \sin x) \cos x dx, \quad \int x \operatorname{arctg} x dx, \quad \int \frac{2x^2+a^2}{\sqrt{x^2+a^2}} dx. \end{aligned}$$

5. Израчунати следеће интеграле рационалних функција:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \int \frac{dx}{x^2-x-6}, \quad \int \frac{x^3+2x^2+3}{x^2+x-2} dx, \quad \int \frac{x^2-3x+3}{x^2+4} dx, \quad \int \frac{2x+3}{x^2+2x+1} dx. \\ \text{(б)} \quad & \int \frac{dx}{x^4-1}, \quad \int \frac{x}{x^3-1} dx, \quad \int \frac{x^2}{x^4+4x^2+4} dx. \end{aligned}$$

6. Израчунати интеграле ирационалних функција: $\int \frac{x\sqrt[3]{2+x}}{x+\sqrt[3]{2+x}} dx$, $\int \frac{dx}{x(1+2\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}$.

7. Одредити интеграле тригонометријских функција:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \int \frac{\sin^3 x \cos x + \sin x}{\sin^2 x + \cos x} dx, \quad \int \frac{\sin 2x + \cos^2 x}{\sin^2 x + 1} dx, \quad \int \frac{\sin x + \cos^2 x \sin x}{\sin x \cos^2 x + \cos^3 x} dx; \\ \text{(б)} \quad & \int \frac{\sin x + 3}{\cos x(3\sin x + \cos x)} dx, \quad \int \frac{\sin 2x + \sin x}{\cos x(\sin x + 2)} dx. \end{aligned}$$