

1. Израчунати
$$\begin{vmatrix} 15 & 1 & 20 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -5 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Нека је $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ линеарно пресликавање векторског простора \mathbb{R}^3 на векторски простор \mathbb{R}^4 дато формулом $L(x, y, z) = (x + 2y + z, x - y + 4z, 2x + 5y + z, x - 2y + 5z)$.

а) Одредити матрицу пресликавања L

б) Одредити базу и димензију слике и језгра пресликавања L .

3. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{pmatrix} -1 & -6 & -3 \\ 3 & 8 & 3 \\ -6 & -12 & -4 \end{pmatrix}$. Затим одредити сопствене вредности

и сопствене векторе матрице A . Испитати да ли је матрица A дијагонализабилна и ако јесте одредити матрицу P и дијагоналну матрицу D тако да је $A = P^{-1}DP$.

4. Доказати да је скаларни производ $\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = 2x_1y_1 - 2x_1y_2 + 3x_1y_3 - 2x_2y_1 + 4x_2y_2 + 3x_3y_1 + 10x_3y_3$ дефинисан скаларни производ на \mathbb{R}^3 .

5. Нека је U потпростор простора \mathbb{R}^4 генерисан векторима $u_1 = (1, 4, 2, 2)$, $u_2 = (-1, 0, 1, 2)$ и $u_3 = (3, 3, 0, 0)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити ортонормирану базу за U у односу на стандардни скаларни производ на \mathbb{R}^4 .

Додатни задаци

6. Одредити ранг матрице $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & -2 \\ -2 & -2 & 6 & 2 & -4 \end{bmatrix}$.

7. Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$.

Нека је U свих матрица X из $M_2(\mathbb{R})$ за које важи да је $AX = (XA)^T$.

Доказати да је U један векторски потпростор простора $M_2(\mathbb{R})$ и одредити бар једну његову базу и димензију.

1. Израчунати
$$\begin{vmatrix} 15 & 1 & 20 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -5 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Нека је $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ линеарно пресликавање векторског простора \mathbb{R}^3 на векторски простор \mathbb{R}^4 дато формулом $L(x, y, z) = (x + 2y + z, x - y + 4z, 2x + 5y + z, x - 2y + 5z)$.

а) Одредити матрицу пресликавања L

б) Одредити базу и димензију слике и језгра пресликавања L .

3. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{pmatrix} -1 & -6 & -3 \\ 3 & 8 & 3 \\ -6 & -12 & -4 \end{pmatrix}$. Затим одредити сопствене вредности

и сопствене векторе матрице A . Испитати да ли је матрица A дијагонализабилна и ако јесте одредити матрицу P и дијагоналну матрицу D тако да је $A = P^{-1}DP$.

4. Доказати да је скаларни производ $\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = 2x_1y_1 - 2x_1y_2 + 3x_1y_3 - 2x_2y_1 + 4x_2y_2 + 3x_3y_1 + 10x_3y_3$ дефинисан скаларни производ на \mathbb{R}^3 .

5. Нека је U потпростор простора \mathbb{R}^4 генерисан векторима $u_1 = (1, 4, 2, 2)$, $u_2 = (-1, 0, 1, 2)$ и $u_3 = (3, 3, 0, 0)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити ортонормирану базу за U у односу на стандардни скаларни производ на \mathbb{R}^4 .

Додатни задаци

6. Одредити ранг матрице $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & -2 \\ -2 & -2 & 6 & 2 & -4 \end{bmatrix}$.

7. Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$.

Нека је U свих матрица X из $M_2(\mathbb{R})$ за које важи да је $AX = (XA)^T$.

Доказати да је U један векторски потпростор простора $M_2(\mathbb{R})$ и одредити бар једну његову базу и димензију.