

Geometrija 5, januar 2013.

1. U petodimenzionom afinom prostoru \mathcal{A} date su ravni α i β svojim formulama u odnosu na afini reper Oe :

$$\begin{aligned}\alpha : x_1 = x_2 = 1, \\ x_3 + x_4 = x_5, \\ \beta : x_1 = 2 + t + s, \\ x_2 = 3 + t + s, \\ x_3 = 3 + 2t + s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \\ x_4 = 4 + t, \\ x_5 = 5 - 2s.\end{aligned}$$

Ispitati uzajamni položaj ravni α i β i odrediti potprostor Π najmanje dimenzije koji sadrži α i β .

2. U euklidskom prostoru data je transformacija Φ svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper $Oe_1e_2e_3$: $x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}z + \frac{4}{5}$, $y' = y + 2$, $z' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}z + \frac{12}{5}$. Dokazati da je Φ izometrija, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju proizvoljne tačke.
3. Preslikavanje f projektivne ravni zadato je formulama: $\lambda x'_1 = 10x_1 + 6x_2 - 6x_3$, $\lambda x'_2 = 3x_1 + x_2 + 3x_3$, $\lambda x'_3 = 3x_1 + 3x_2 + x_3$. Odrediti fiksne tačke i fiksne prave preslikavanja f . Naći novi projektivni sistem koordinata u kojem je tačka $(0 : 0 : 1)$ beskonačno daleka i u čijim je afinim koordinatama preslikavanje f afino. Napisati formule preslikavanja f u novim koordinatama.
4. Dato je projektivno preslikavanje ravni koje prevodi tačke $A_1(1 : 0 : 1)$, $A_2(1 : 0 : 0)$, $A_3(0 : 1 : 0)$, $B(2 : 1 : 1)$ redom u bazne tačke i tačku jedinice. Neka je Γ parabola iz familije krivih drugog reda $\{x_1^2 + 4x_2^2 + ax_3^2 + 2ax_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 = 0 \mid a \in \mathbb{R}\}$. Odrediti jednačinu slike krive Γ pri datom preslikavanju.
5. Neka su P , Q , R tačke u kojima elipsa dodiruje redom stranice BC , CA , AB trougla ABC , a S presečna tačka pravih QR i BC . Dokazati da važi $\mathcal{H}(B, C; P, S)$.

Geometrija 5, januar 2013.

1. U petodimenzionom afinom prostoru \mathcal{A} date su ravni α i β svojim formulama u odnosu na afini reper Oe :

$$\begin{aligned}\alpha : x_1 = x_2 = 1, \\ x_3 + x_4 = x_5, \\ \beta : x_1 = 2 + t + s, \\ x_2 = 3 + t + s, \\ x_3 = 3 + 2t + s, \quad (t, s \in \mathbb{R}) \\ x_4 = 4 + t, \\ x_5 = 5 - 2s.\end{aligned}$$

Ispitati uzajamni položaj ravni α i β i odrediti potprostor Π najmanje dimenzije koji sadrži α i β .

2. U euklidskom prostoru data je transformacija Φ svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper $Oe_1e_2e_3$: $x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}z + \frac{4}{5}$, $y' = y + 2$, $z' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}z + \frac{12}{5}$. Dokazati da je Φ izometrija, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju proizvoljne tačke.
3. Preslikavanje f projektivne ravni zadato je formulama: $\lambda x'_1 = 10x_1 + 6x_2 - 6x_3$, $\lambda x'_2 = 3x_1 + x_2 + 3x_3$, $\lambda x'_3 = 3x_1 + 3x_2 + x_3$. Odrediti fiksne tačke i fiksne prave preslikavanja f . Naći novi projektivni sistem koordinata u kojem je tačka $(0 : 0 : 1)$ beskonačno daleka i u čijim je afinim koordinatama preslikavanje f afino. Napisati formule preslikavanja f u novim koordinatama.
4. Dato je projektivno preslikavanje ravni koje prevodi tačke $A_1(1 : 0 : 1)$, $A_2(1 : 0 : 0)$, $A_3(0 : 1 : 0)$, $B(2 : 1 : 1)$ redom u bazne tačke i tačku jedinice. Neka je Γ parabola iz familije krivih drugog reda $\{x_1^2 + 4x_2^2 + ax_3^2 + 2ax_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 = 0 \mid a \in \mathbb{R}\}$. Odrediti jednačinu slike krive Γ pri datom preslikavanju.
5. Neka su P , Q , R tačke u kojima elipsa dodiruje redom stranice BC , CA , AB trougla ABC , a S presečna tačka pravih QR i BC . Dokazati da važi $\mathcal{H}(B, C; P, S)$.