

## Geometrija 5, septembar 2, 2012.

1. U petodimenzionom afinom prostoru  $\mathcal{A}$  data je ravan  $\alpha : x_1 = 2 + t - 3s, x_2 = 2t + 5s, x_3 = -1 - 2t + s, x_4 = -2 + 4t, x_5 = 1 + 2t + s$  i prave  $p : \frac{x_1-1}{1} = \frac{x_2-2}{1} = \frac{x_3-3}{2} = \frac{x_4-2}{-2} = \frac{x_5-1}{0}$  i  $q$  određena vektorom  $v(2, 1, -1, -1, 3)$  i tačkom  $M(1, 4, 6, 1, 1)$ . Ako je  $\beta$  ravan najmanje dimenzije koja sadrži prave  $p$  i  $q$ , ispitati uzajamni položaj ravni  $\alpha$  i  $\beta$ .
2. U euklidskom prostoru data je transformacija  $\psi$  svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper  $Oe_1e_2e_3$ :  $x' = \frac{1}{9}(x - 8y + 4z + 3), y' = \frac{1}{9}(-8x + y + 4z - 2), z' = \frac{1}{9}(-4x - 4y - 7z - 1)$ . Dokazati da je  $\psi$  izometrija, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju proizvoljne tačke.
3. Neka je  $f$  projektivno preslikavanje ravni koje preslikava prave  $x = 0$  i  $y = 0$  redom u prave  $y = 0$  i  $y = 1$ . Da li je slika kruga  $x^2 + y^2 = 1$  elipsa, hiperbola ili parabola? Ukoliko  $f$  slika tačku  $(1, 1)$  u tačku  $(0, -1)$ , odrediti pravu koja se slika u beskonačno daleku. Ispisati formule preslikavanja  $f$  ukoliko još  $f \circ f$  preslikava tačku  $(2, 1)$  u tačku  $(0, 5)$ .
4. U afinoj ravni date su tačke  $A_1(2, 0), A_2(0, 2), A_3(3, 1)$  i  $B(-1, 1)$  koje su uzete za bazne tačke i jedinicu novog homogenog sistema koordinata. Ako kriva drugog reda  $\Gamma$  sadrži tačke  $A_1, A_2, A_3, B$  i dodiruje  $x$ -osu (u starom afinom sistemu), odrediti jednačinu krive  $\Gamma$  u novom afinom sistemu koordinata.
5. Elipsa dodiruje prave  $BC, CA$  i  $AB$  u tačkama  $P, Q$  i  $R$ . Označimo presek pravih  $QR$  i  $BC$  sa  $S$ , a drugu presečnu tačku elipse i prave  $AP$  sa  $T$ . Dokazati da je prava  $ST$  tangenta elipse.

## Geometrija 5, septembar 2, 2012.

1. U petodimenzionom afinom prostoru  $\mathcal{A}$  data je ravan  $\alpha : x_1 = 2 + t - 3s, x_2 = 2t + 5s, x_3 = -1 - 2t + s, x_4 = -2 + 4t, x_5 = 1 + 2t + s$  i prave  $p : \frac{x_1-1}{1} = \frac{x_2-2}{1} = \frac{x_3-3}{2} = \frac{x_4-2}{-2} = \frac{x_5-1}{0}$  i  $q$  određena vektorom  $v(2, 1, -1, -1, 3)$  i tačkom  $M(1, 4, 6, 1, 1)$ . Ako je  $\beta$  ravan najmanje dimenzije koja sadrži prave  $p$  i  $q$ , ispitati uzajamni položaj ravni  $\alpha$  i  $\beta$ .
2. U euklidskom prostoru data je transformacija  $\psi$  svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper  $Oe_1e_2e_3$ :  $x' = \frac{1}{9}(x - 8y + 4z + 3), y' = \frac{1}{9}(-8x + y + 4z - 2), z' = \frac{1}{9}(-4x - 4y - 7z - 1)$ . Dokazati da je  $\psi$  izometrija, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju proizvoljne tačke.
3. Neka je  $f$  projektivno preslikavanje ravni koje preslikava prave  $x = 0$  i  $y = 0$  redom u prave  $y = 0$  i  $y = 1$ . Da li je slika kruga  $x^2 + y^2 = 1$  elipsa, hiperbola ili parabola? Ukoliko  $f$  slika tačku  $(1, 1)$  u tačku  $(0, -1)$ , odrediti pravu koja se slika u beskonačno daleku. Ispisati formule preslikavanja  $f$  ukoliko još  $f \circ f$  preslikava tačku  $(2, 1)$  u tačku  $(0, 5)$ .
4. U afinoj ravni date su tačke  $A_1(2, 0), A_2(0, 2), A_3(3, 1)$  i  $B(-1, 1)$  koje su uzete za bazne tačke i jedinicu novog homogenog sistema koordinata. Ako kriva drugog reda  $\Gamma$  sadrži tačke  $A_1, A_2, A_3, B$  i dodiruje  $x$ -osu (u starom afinom sistemu), odrediti jednačinu krive  $\Gamma$  u novom afinom sistemu koordinata.
5. Elipsa dodiruje prave  $BC, CA$  i  $AB$  u tačkama  $P, Q$  i  $R$ . Označimo presek pravih  $QR$  i  $BC$  sa  $S$ , a drugu presečnu tačku elipse i prave  $AP$  sa  $T$ . Dokazati da je prava  $ST$  tangenta elipse.