

# Geometrija 5

oktobar 2012.

1. Neka je  $\Pi$  potprostor petodimenzionog afinog prostora dat formulama  $\Pi : x_1 + x_3 = 1, x_1 - x_2 + x_4 = 0, x_1 + x_2 - x_5 = 0$  u odnosu na reper  $Oe$  i neka su date tačke  $M_1(0, 0, 1, 1, -1)$  i  $M_2(1, 3, 1, 0, 1)$ . Odrediti afini omotač skupa koji čine potprostor  $\Pi$  i tačke  $M_1, M_2$ .
2. U euklidskom prostoru  $\mathbb{E}^3$  data je transformacija  $\Phi$  svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper  $Oe_1e_2e_3$ :  $x' = 6 - 2x + 2y + z, y' = -4 + 2x + y + 2z, z' = 2 + x + 2y - 2z$ . Dokazati da je  $\Phi$  sličnost, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju proizvoljne tačke.
3. Dokazati da je preslikavanje  $f$  projektivne ravni zadato formulama  $\lambda x'_1 = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3, \lambda x'_2 = -x_1 - 2x_3, \lambda x'_3 = x_1 + 2x_2 + 4x_3$  hiperbolička homologija i odrediti centar i osu. Naći novi projektivni koordinatni sistem u čijim je afinim koordinatama dato preslikavanje afino i u kom tačka  $(1 : 0 : 0)$  ima koordinate  $(0 : 0 : 1)$ . Ispisati formule preslikavanja  $f$  u novim koordinatama.
4. Data je kriva drugog reda  $\Gamma : x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3 = 0$ . Odrediti (ukoliko postoje) tangente iz tačke  $A(2 : -2 : 3)$  na krivu  $\Gamma$ . Odrediti afini tip krive  $\Gamma$  i njen centar.
5. Neka se tangente elipse sa dodirnim tačkama  $P$  i  $Q$  seku u tački  $A$  i tačka  $O$  centar elipse. Neka su  $B, C$  presečne tačke prave  $AO$  i elipse. Dokazati da su prave  $PA, PQ, PC, PB$  harmonijski spregnute.