

Geometrija 5, prvi kolokvijum 2012.

1. U petodimenzionom afinom prostoru \mathcal{A} dati su afini potprostori Π i Σ svojim formulama u odnosu na reper Oe :

$$\begin{array}{ll} & x_1 = 2 + t + s \\ & x_2 = -1 - 2t \\ \Pi : & 2x_1 + x_3 + x_5 - 3 = 0, \quad \Sigma : x_3 = -3s \quad (t, s \in \mathbb{R}). \\ & 3x_2 - x_4 + 3x_5 - 5 = 0 \\ & x_4 = 4 - 2t + 3s \\ & x_5 = 3 + s \end{array}$$

- (a) Odrediti uzajamni položaj potprostora Π i Σ .
- (b) Odrediti jednačinu potprostora Γ najmanje dimenzije koji sadrži potprostor Π , paralelan je potprostoru Σ i sadrži tačku $M(1, 2, 1, 2, 0)$.
2. (a) Ako ravan Σ seče jednu od dve razne paralelne ravni Π i Γ ($\Sigma \neq \Pi, \Gamma$) u afinom prostoru \mathcal{A} dimenzije 3, dokazati da tada mora seći i drugu, kao i da su njihove presečne prave paralelne.
- (b) Ako su hiperravan Π i pravi potprostor Γ afinog prostora dimenzije $n \geq 2$ disjunktni, dokazati da su tada oni i paralelni. Kakav može biti uzajamni položaj 2 hiperravni?
3. Neka su A, B, C tri fiksirane nekolinearne tačke afinog prostora \mathcal{A}^n i α, β, γ realni brojevi takvi da $\alpha + \beta + \gamma \neq -1$. Označimo sa M' baricentar sistema tačaka $(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma), (M, 1)$.
- (a) Dokazati da je time sa $\sigma_{\alpha\beta\gamma} : M \mapsto M'$ definisano afino preslikavanje.
- (b) Dokazati da je $\sigma_{\alpha\beta\gamma}$ translacija ili homotetija.
- (c) Ako je $\pi_\alpha = \sigma_{\alpha\alpha\alpha}$ i ako su $A(0, 0), B(4, 1), C(2, 2)$ koordinate tačaka u odnosu na dati reper afine ravni ($n = 2$), predstaviti u koordinatama preslikavanje π_1 i skicirati putanju proizvoljne tačke M .
4. (a) Odrediti formule afine transformacije u odnosu na dati reper Oe afine ravni za koju su tačke $A(0, 2)$ i $B(-2, 0)$ fiksne, a prava $p : y - 1 = 0$ se slika u pravu $q : 2x + y + 1 = 0$. Koja je afina transformacija u pitanju i koje su njene komponente?
- (b) Odrediti formule afinog preslikavanja u odnosu na dati reper Oe trodimenzionog afinog prostora koje predstavlja projektovanje na pravu $s : x - y = 1, x + y + 2z = 3$, paralelno ravni $\alpha : x - y + z - 1 = 0$.
- Skicirati putanju proizvoljne tačke M u (a) i (b).

Geometrija 5, prvi kolokvijum 2012.

1. U petodimenzionom afinom prostoru \mathcal{A} dati su afini potprostori Π i Σ svojim formulama u odnosu na reper Oe :

$$\begin{array}{ll} & x_1 = 2 + t + s \\ & x_2 = -1 - 2t \\ \Pi : & 2x_1 + x_3 + x_5 - 3 = 0, \quad \Sigma : x_3 = -3s \quad (t, s \in \mathbb{R}). \\ & 3x_2 - x_4 + 3x_5 - 5 = 0 \\ & x_4 = 4 - 2t + 3s \\ & x_5 = 3 + s \end{array}$$

- (a) Odrediti uzajamni položaj potprostora Π i Σ .
- (b) Odrediti jednačinu potprostora Γ najmanje dimenzije koji sadrži potprostor Π , paralelan je potprostoru Σ i sadrži tačku $M(1, 2, 1, 2, 0)$.
2. (a) Ako ravan Σ seče jednu od dve razne paralelne ravni Π i Γ ($\Sigma \neq \Pi, \Gamma$) u afinom prostoru \mathcal{A} dimenzije 3, dokazati da tada mora seći i drugu, kao i da su njihove presečne prave paralelne.
- (b) Ako su hiperravan Π i pravi potprostor Γ afinog prostora dimenzije $n \geq 2$ disjunktni, dokazati da su tada oni i paralelni. Kakav može biti uzajamni položaj 2 hiperravni?
3. Neka su A, B, C tri fiksirane nekolinearne tačke afinog prostora \mathcal{A}^n i α, β, γ realni brojevi takvi da $\alpha + \beta + \gamma \neq -1$. Označimo sa M' baricentar sistema tačaka $(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma), (M, 1)$.
- (a) Dokazati da je time sa $\sigma_{\alpha\beta\gamma} : M \mapsto M'$ definisano afino preslikavanje.
- (b) Dokazati da je $\sigma_{\alpha\beta\gamma}$ translacija ili homotetija.
- (c) Ako je $\pi_\alpha = \sigma_{\alpha\alpha\alpha}$ i ako su $A(0, 0), B(4, 1), C(2, 2)$ koordinate tačaka u odnosu na dati reper afine ravni ($n = 2$), predstaviti u koordinatama preslikavanje π_1 i skicirati putanju proizvoljne tačke M .
4. (a) Odrediti formule afine transformacije u odnosu na dati reper Oe afine ravni za koju su tačke $A(0, 2)$ i $B(-2, 0)$ fiksne, a prava $p : y - 1 = 0$ se slika u pravu $q : 2x + y + 1 = 0$. Koja je afina transformacija u pitanju i koje su njene komponente?
- (b) Odrediti formule afinog preslikavanja u odnosu na dati reper Oe trodimenzionog afinog prostora koje predstavlja projektovanje na pravu $s : x - y = 1, x + y + 2z = 3$, paralelno ravni $\alpha : x - y + z - 1 = 0$.
- Skicirati putanju proizvoljne tačke M u (a) i (b).