

Geometrija 5, jun 2, 2012.

1. U četvorodimenzionom afinom prostoru \mathcal{A} date su prave $a : \frac{x_1}{1} = \frac{x_2-1}{2} = \frac{x_3+2}{3} = \frac{x_4-3}{4}$, $b : x_1 = 1 - 2t, x_2 = 1, x_3 = t, x_4 = t - 2$ i c određena tačkom $C(2, 0, -1, 0)$ i vektorom $v = (3, -1, 3, -1)$, kao i tačka $S(2, 0, 3, 2)$. Odrediti jednačinu ravni α koja sadrži pravu a i paralelna je pravoj b , kao i ravni β koja sadrži pravu c i tačku S . Koji je međusobni položaj ravni α i β ?
2. Ako je σ afina transformacija prostora \mathcal{A} i \mathcal{K} skup svih translacija prostora \mathcal{A} koje komutiraju sa σ . Dokazati:
 - (a) da je \mathcal{K} Abelova grupa u odnosu na kompoziciju preslikavanja;
 - (b) ako je tačka A fiksna tačka transformacije σ i $\tau \in \mathcal{K}$, onda je i $\tau(A)$ fiksna tačka za σ ;
 - (c) ako su A i B fiksne tačke za σ , onda je translacija za vektor \overrightarrow{AB} element skupa \mathcal{K} .
3. U euklidskom prostoru data je transformacija ψ svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper $Oe_1e_2e_3$: $x' = 1 + \frac{1}{3}(-2x + y + 2z)$, $y' = 1 + \frac{1}{3}(2x + 2y + z)$, $z' = \frac{1}{3}(x - 2y + 2z)$. Dokazati da je ψ izometrija, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju proizvoljne tačke.
4. Transformacija ψ projektivne ravni je data formulama: $\lambda x'_1 = x_1 - 3x_2 + 4x_3$, $\lambda x'_2 = 4x_1 - 7x_2 + 8x_3$, $\lambda x'_3 = 6x_1 - 7x_2 + 7x_3$.
 - (a) Odrediti fiksne tačke i fiksne prave. Da li je transformacija ψ homologija? Ako jeste, odrediti joj centar i osu.
 - (b) Šta je slika prave $p = [14 : -11 : 5]$? Šta je slika kruga sa centrom $M(0, \frac{5}{11})$, poluprečnika 3?
 - (c) Odrediti novi koordinatni sistem u kome je ψ homotetija. Da li postoji koordinatni sistem u kome je preslikavanje ψ translacija?
5. Odrediti sve nedegenerisane krive drugog reda koje sadrže tačke $A(2, 0)$ i $B(0, 1)$ i dodiruju y -osu i pravu $x = 2$. Da li je neka od tih krivih parabola?
6. Elipsa dodiruje prave BC , CA i AB u tačkama P , Q i R . Ako prava AP sadrži centar elipse, dokazati da su prave PA, PB, PQ, PR harmonijski spregnute.