

Писмени испит из Геометрије 3, 25. јун 2016.

- Одредити параметризацију еволуте логаритамске спирале $\rho = e^\theta$.
- Доказати да се све нормалне равни регуларне просторне криве секу у једној тачки ако и само ако је та крива сферна.
- Дата је површ $z = x^3 - 3xy^2$.

(а) Доказати да y -оса и све криве дате параметризацијом

$$\gamma(t) = (t, at, (1 - 3a^2)t^3), \quad a = \text{const}, \quad t \in \mathbb{R},$$

имају нормалну кривину једнаку нули у тачки $(0, 0, 0)$.

(б) Доказати да од кривих из дела (а) су тачно три асимптотске линије на датој површи.

- Дата је цилиндрична површ $r(u, v) = (u, \text{ch } u, 2v)$, $u, v \in \mathbb{R}$.

(а) Одредити формуле изометрије између дате површи и равни.

(б) Доказати да се скуп геодезијских линија на датој површи састоји од координатних линија и кривих

$$\alpha(t) = (t, \text{ch } t, C \text{sh } t + D), \quad C, D = \text{const}, \quad C \neq 0, \quad t \in \mathbb{R},$$

а затим израчунати најкраће растојање дуж дате површи између тачака $A(0, 1, 2)$ и $B(1, \text{ch } 1, 3)$.

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{aligned}$$

Писмени испит из Геометрије 3, 25. јун 2016.

- Одредити параметризацију еволуте логаритамске спирале $\rho = e^\theta$.
- Доказати да се све нормалне равни регуларне просторне криве секу у једној тачки ако и само ако је та крива сферна.
- Дата је површ $z = x^3 - 3xy^2$.

(а) Доказати да y -оса и све криве дате параметризацијом

$$\gamma(t) = (t, at, (1 - 3a^2)t^3), \quad a = \text{const}, \quad t \in \mathbb{R},$$

имају нормалну кривину једнаку нули у тачки $(0, 0, 0)$.

(б) Доказати да од кривих из дела (а) су тачно три асимптотске линије на датој површи.

- Дата је цилиндрична површ $r(u, v) = (u, \text{ch } u, 2v)$, $u, v \in \mathbb{R}$.

(а) Одредити формуле изометрије између дате површи и равни.

(б) Доказати да се скуп геодезијских линија на датој површи састоји од координатних линија и кривих

$$\alpha(t) = (t, \text{ch } t, C \text{sh } t + D), \quad C, D = \text{const}, \quad C \neq 0, \quad t \in \mathbb{R},$$

а затим израчунати најкраће растојање дуж дате површи између тачака $A(0, 1, 2)$ и $B(1, \text{ch } 1, 3)$.

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{aligned}$$