

Писмени испит из Геометрије 3, 18.01.2016.

1. Доказати да је раванска крива чија је означена кривина $\kappa_z(s) = \frac{\sqrt{2}}{s}$ логаритамска спирала (до на директну изометрију).
2. Дата је површ $f(u, v) = (\sin^2 u, \ln(\cos u), \frac{1}{2} \sin 2u + 2v)$, $u \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, $v \in \mathbb{R}$.
 - (а) Израчунати геодезијску и нормалну кривину координатних линија дате површи. Које координатне линије су геодезијске на датој површи?
 - (б) Доказати да је површ f локално изометрична делу равни.
3. Дата је површ $h(u, v) = (u + v, \operatorname{sh} u \cos v - \operatorname{ch} u \sin v, \operatorname{ch} u \cos v + \operatorname{sh} u \sin v)$, $(u, v) \in \mathbb{R}^2$.
 - (а) Одредити тип свих тачака на површи.
 - (б) Одредити вредности реалног параметра q тако да су линије $u = qv$ на површи главне, а затим вредности параметра тако да су те линије асимптотске.
 - (в) Одредити једначине кривих на датој површи које полове угао између координатних линија.

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{aligned}$$

Писмени испит из Геометрије 3, 18.01.2016.

1. Доказати да је раванска крива чија је означена кривина $\kappa_z(s) = \frac{\sqrt{2}}{s}$ логаритамска спирала (до на директну изометрију).
2. Дата је површ $f(u, v) = (\sin^2 u, \ln(\cos u), \frac{1}{2} \sin 2u + 2v)$, $u \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, $v \in \mathbb{R}$.
 - (а) Израчунати геодезијску и нормалну кривину координатних линија дате површи. Које координатне линије су геодезијске на датој површи?
 - (б) Доказати да је површ f локално изометрична делу равни.
3. Дата је површ $h(u, v) = (u + v, \operatorname{sh} u \cos v - \operatorname{ch} u \sin v, \operatorname{ch} u \cos v + \operatorname{sh} u \sin v)$, $(u, v) \in \mathbb{R}^2$.
 - (а) Одредити тип свих тачака на површи.
 - (б) Одредити вредности реалног параметра q тако да су линије $u = qv$ на површи главне, а затим вредности параметра тако да су те линије асимптотске.
 - (в) Одредити једначине кривих на датој површи које полове угао између координатних линија.

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{aligned}$$