

Писмени испит из Геометрије 3, 15.6.2015.

1. Одредити раванску криву (до на директну изометрију) чија је означена кривина $k_z(s) = \frac{1}{\sqrt{2s}}$ (s је природни параметар).
2. Нека је $\alpha(s)$, $s \in I$, природно параметризована крива кривине различите од нуле и $r(s, v)$ површ дата са $r(s, v) = \alpha(s) + vT(s)$, $s \in I$, $v \in \mathbb{R}$, где је $T(s)$ тангентно векторско поље криве α .
 - (а) Испитати регуларност дате површи и доказати да је део површи $v > 0$ изометричан делу равни.
 - (б) Одредити све геодезијске линије међу координатним линијама дате површи.
 - (в) Ако је дата крива кружни хеликс $\alpha(t) = (\cos t, \sin t, t)$, $t \in \mathbb{R}$, одредити параметризацију дате површи и експлицитне формуле изометрије из дела (а).
3. Нека је \mathcal{M} регуларна површ чије су све тачке хиперболичке.
 - (а) Доказати да се оскулаторна раван произвољне асимптотске линије α на површи \mathcal{M} поклапа са тангентном равни површи.
 - (б) Доказати да у тангентној равни сваке тачке дате површи постоје два асимптотска и два главна правца, при чему главни правци полове углове између асимптотских правца.
 - (в) Ако је \mathcal{M} једнограни хиперболоид $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, одредити две фамилије асимптотских линија на хиперболоиду.

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{aligned}$$

Писмени испит из Геометрије 3, 15.6.2015.

1. Одредити раванску криву (до на директну изометрију) чија је означена кривина $k_z(s) = \frac{1}{\sqrt{2s}}$ (s је природни параметар).
2. Нека је $\alpha(s)$, $s \in I$, природно параметризована крива кривине различите од нуле и $r(s, v)$ површ дата са $r(s, v) = \alpha(s) + vT(s)$, $s \in I$, $v \in \mathbb{R}$, где је $T(s)$ тангентно векторско поље криве α .
 - (а) Испитати регуларност дате површи и доказати да је део површи $v > 0$ изометричан делу равни.
 - (б) Одредити све геодезијске линије међу координатним линијама дате површи.
 - (в) Ако је дата крива кружни хеликс $\alpha(t) = (\cos t, \sin t, t)$, $t \in \mathbb{R}$, одредити параметризацију дате површи и експлицитне формуле изометрије из дела (а).
3. Нека је \mathcal{M} регуларна површ чије су све тачке хиперболичке.
 - (а) Доказати да се оскулаторна раван произвољне асимптотске линије α на површи \mathcal{M} поклапа са тангентном равни површи.
 - (б) Доказати да у тангентној равни сваке тачке дате површи постоје два асимптотска и два главна правца, при чему главни правци полове углове између асимптотских правца.
 - (в) Ако је \mathcal{M} једнограни хиперболоид $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, одредити две фамилије асимптотских линија на хиперболоиду.

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{aligned}$$