Geometrija 3
popravni kolokvijum, 9.6.2014.

1. (a) Skicirati slike sledećih krivih i ispitati njihovu regularnost:

$$\rho = 2(1+\cos\theta)\ (\theta > 0); \qquad (e^t, e^t, e^{3t})\ (t \in \mathbb{R}).$$

(b) Skicirati slike sledećih površi i ispitati njihovu regularnost:

$$(2u\cos v, 3u\sin v, u)\ (u \in \mathbb{R},\ v \in (0, 2\pi)); \qquad (x, y, y^2)\ ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

2. Dokazati da je jedina ravanska kriva čija je označena krivina $\kappa_z(s) = \frac{-1}{\sqrt{2}s}$ logaritamska spirala.

3. Odrediti prirodnu parametrizaciju, Freneov reper, krivinu i torziju krive $\beta(t) = (\operatorname{ch} t, \operatorname{sh} t, t)$, $t \in \mathbb{R}$.

4. Neka je $[T, N, B]$ Freneov reper regularne krive $\alpha(t)$ parametrizovane proizvoljnim parametrom. Dokazati da postoji jedinstveno vektorsko polje $X(t)$ duž krive α za koje važi $T' = T \times X$, $N' = N \times X$, $B' = B \times X$.

5. Dokazati da je elementarna površ $f(u, v) = (a(\cos u - v\sin u), b(\sin u + v\cos u), cv)$, $u \in (0, 2\pi)$, $v \in \mathbb{R}$, pravolinijska površ čiji trag pripada jednogranom hiperboloidu $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$. Odrediti presek hiperboloida i tangentne ravni u tački $Q(0, b\sqrt{2}, c)$.

6. Data je elementarna površ $r(u, v) = (\sqrt{u^2+1}\cos v, \sqrt{u^2+1}\sin v, \ln(u + \sqrt{u^2+1}))$, $u \in \mathbb{R}$, $v \in (0, 2\pi)$. Odrediti uglove, obim i površinu krivolinijskog trougla ograničenog krivama $u = \operatorname{sh}(v\sqrt{3})$, $u = \operatorname{sh}(2\sqrt{3})$, $v = 1$ na površi.

Geometrija 3
popravni kolokvijum, 9.6.2014.

1. (a) Skicirati slike sledećih krivih i ispitati njihovu regularnost:

$$\rho = 2(1+\cos\theta)\ (\theta > 0); \qquad (e^t, e^t, e^{3t})\ (t \in \mathbb{R}).$$

(b) Skicirati slike sledećih površi i ispitati njihovu regularnost:

$$(2u\cos v, 3u\sin v, u)\ (u \in \mathbb{R},\ v \in (0, 2\pi)); \qquad (x, y, y^2)\ ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

2. Dokazati da je jedina ravanska kriva čija je označena krivina $\kappa_z(s) = \frac{-1}{\sqrt{2}s}$ logaritamska spirala.

3. Odrediti prirodnu parametrizaciju, Freneov reper, krivinu i torziju krive $\beta(t) = (\operatorname{ch} t, \operatorname{sh} t, t)$, $t \in \mathbb{R}$.

4. Neka je $[T, N, B]$ Freneov reper regularne krive $\alpha(t)$ parametrizovane proizvoljnim parametrom. Dokazati da postoji jedinstveno vektorsko polje $X(t)$ duž krive α za koje važi $T' = T \times X$, $N' = N \times X$, $B' = B \times X$.

5. Dokazati da je elementarna površ $f(u, v) = (a(\cos u - v\sin u), b(\sin u + v\cos u), cv)$, $u \in (0, 2\pi)$, $v \in \mathbb{R}$, pravolinijska površ čiji trag pripada jednogranom hiperboloidu $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$. Odrediti presek hiperboloida i tangentne ravni u tački $Q(0, b\sqrt{2}, c)$.

6. Data je elementarna površ $r(u, v) = (\sqrt{u^2+1}\cos v, \sqrt{u^2+1}\sin v, \ln(u + \sqrt{u^2+1}))$, $u \in \mathbb{R}$, $v \in (0, 2\pi)$. Odrediti uglove, obim i površinu krivolinijskog trougla ograničenog krivama $u = \operatorname{sh}(v\sqrt{3})$, $u = \operatorname{sh}(2\sqrt{3})$, $v = 1$ na površi.

Geometrija 3
popravni kolokvijum, 9.6.2014.

1. (a) Skicirati slike sledećih krivih i ispitati njihovu regularnost:

$$\rho = 2(1+\cos\theta)\ (\theta > 0); \qquad (e^t, e^t, e^{3t})\ (t \in \mathbb{R}).$$

(b) Skicirati slike sledećih površi i ispitati njihovu regularnost:

$$(2u\cos v, 3u\sin v, u)\ (u \in \mathbb{R},\ v \in (0, 2\pi)); \qquad (x, y, y^2)\ ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

2. Dokazati da je jedina ravanska kriva čija je označena krivina $\kappa_z(s) = \frac{-1}{\sqrt{2}s}$ logaritamska spirala.

3. Odrediti prirodnu parametrizaciju, Freneov reper, krivinu i torziju krive $\beta(t) = (\operatorname{ch} t, \operatorname{sh} t, t)$, $t \in \mathbb{R}$.

4. Neka je $[T, N, B]$ Freneov reper regularne krive $\alpha(t)$ parametrizovane proizvoljnim parametrom. Dokazati da postoji jedinstveno vektorsko polje $X(t)$ duž krive α za koje važi $T' = T \times X$, $N' = N \times X$, $B' = B \times X$.

5. Dokazati da je elementarna površ $f(u, v) = (a(\cos u - v\sin u), b(\sin u + v\cos u), cv)$, $u \in (0, 2\pi)$, $v \in \mathbb{R}$, pravolinijska površ čiji trag pripada jednogranom hiperboloidu $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$. Odrediti presek hiperboloida i tangentne ravni u tački $Q(0, b\sqrt{2}, c)$.

6. Data je elementarna površ $r(u, v) = (\sqrt{u^2+1}\cos v, \sqrt{u^2+1}\sin v, \ln(u + \sqrt{u^2+1}))$, $u \in \mathbb{R}$, $v \in (0, 2\pi)$. Odrediti uglove, obim i površinu krivolinijskog trougla ograničenog krivama $u = \operatorname{sh}(v\sqrt{3})$, $u = \operatorname{sh}(2\sqrt{3})$, $v = 1$ na površi.