

Geometrija 3
rok jun 1, 9.6.2014.

1. Data je kriva $\alpha(t) = (3t, 3t^2, 2t^3)$, $t \in \mathbb{R}$.
 - (a) Odrediti normalnu, rektifikacionu i oskulatornu ravan u tački krive u kojoj je krivina najveća.
 - (b) Dokazati da je data kriva uopšteni heliks. Odrediti konstantan vektor v i konstantan ugao φ takve da kriva α zaklapa ugao φ sa pravcem v .
2. Neka je γ asimptotska linija na datoj površi.
 - (a) Dokazati da se normala N krive γ do na znak poklapa sa unutrašnjom normalom S te krive na datoj površi, dok se normala n površi (duž krive γ) do na znak poklapa sa binormalom B krive γ .
 - (b) Dokazati da važi $\Pi(T, S) = \pm\tau$, gde je T tangentni vektor krive γ , τ njena torzija, a Π druga fundamentalna forma date površi.
3. Dat je paraboloid $z = x^2 + y^2$.
 - (a) Odrediti glavne krivine, Gausovu, srednju i normalnu krivinu, kao i tip svih tačaka na paraboloidu.
 - (b) Odrediti glavne i asimptotske pravce paraboloida, kao i jednačine glavnih i asimptotskih linija.
4. Data je površ $r(u, v) = (u - \sin u, 1 - \cos u, v)$, $u \in (0, 2\pi)$, $v \in \mathbb{R}$.
 - (a) Dokazati da je data površ izometrična (delu) ravni.
 - (b) Dokazati da se skup svih geodezijskih linija na datoj površi sastoji od koordinatnih linija i krivih oblika

$$v = C \cos \frac{u}{2} + D, \quad C, D = \text{const}, \quad C \neq 0.$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{aligned}$$

Geometrija 3
rok jun 1, 9.6.2014.

1. Data je kriva $\alpha(t) = (3t, 3t^2, 2t^3)$, $t \in \mathbb{R}$.
 - (a) Odrediti normalnu, rektifikacionu i oskulatornu ravan u tački krive u kojoj je krivina najveća.
 - (b) Dokazati da je data kriva uopšteni heliks. Odrediti konstantan vektor v i konstantan ugao φ takve da kriva α zaklapa ugao φ sa pravcem v .
2. Neka je γ asimptotska linija na datoj površi.
 - (a) Dokazati da se normala N krive γ do na znak poklapa sa unutrašnjom normalom S te krive na datoj površi, dok se normala n površi (duž krive γ) do na znak poklapa sa binormalom B krive γ .
 - (b) Dokazati da važi $\Pi(T, S) = \pm\tau$, gde je T tangentni vektor krive γ , τ njena torzija, a Π druga fundamentalna forma date površi.
3. Dat je paraboloid $z = x^2 + y^2$.
 - (a) Odrediti glavne krivine, Gausovu, srednju i normalnu krivinu, kao i tip svih tačaka na paraboloidu.
 - (b) Odrediti glavne i asimptotske pravce paraboloida, kao i jednačine glavnih i asimptotskih linija.
4. Data je površ $r(u, v) = (u - \sin u, 1 - \cos u, v)$, $u \in (0, 2\pi)$, $v \in \mathbb{R}$.
 - (a) Dokazati da je data površ izometrična (delu) ravni.
 - (b) Dokazati da se skup svih geodezijskih linija na datoj površi sastoji od koordinatnih linija i krivih oblika

$$v = C \cos \frac{u}{2} + D, \quad C, D = \text{const}, \quad C \neq 0.$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)} \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)} & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)} \end{aligned}$$