Geometrija 3, kolokvijum, 20.04.2013.

1. Ispitati regularnost i skicirati
   (a) krivu $\alpha(t) = (\frac{\ln^2 t+3}{4}, \ln t),\ t > 0,$
   (b) površ $f(u,v) = (3u\cos v, 7u\sin v, 9u),\ u > 0,\ 0 < v < 2\pi.$
2. Data je kriva $\beta(t) = (\sqrt{2}\mathrm{ch}\,2t, 4\mathrm{sh}\,2t, \sqrt{8}\ t),\ t \in \mathbb{R}$. Odrediti Freneov reper, krivinu, torziju i prirodni parametar krive β. Da li je kriva β uopšteni heliks?
3. Neka je $\gamma(s)$ regularna priroodno parametrizovana kriva. Evoluta krive $\gamma(s)$ je kriva $\alpha(s) = \gamma(s) + \frac{1}{\kappa(s)}N(s)$. Dokazati da su tangentni vektori $T_\gamma(s)$ i $T_\alpha(s)$ u odgovarajućim tačkama normalni. Ako je kriva γ konstantne krivine odrediti krivinu i torziju krive α.
4. Izračunati dužinu krive $\gamma(t) = (2\cos t - \cos 2t, 2\sin t - \sin 2t)$ na intervalu $(0, 2\pi)$.
5. Na površi $f(u,v) = (\sin u\cos v, \sin u\sin v, \cos u + \ln \mathrm{tg}\,\frac{u}{2})$, $0 < u < \pi$, $0 < v < 2\pi$, odrediti
   (a) površinu dela površi ograničenog krivama $u = 0$, $v = \frac{\pi}{4}$ i $u = 2v$,
   (b) ugao između tangentne ravni i $z-$ ose
   (c) zapreminu tertaedra određenog koordinatnim osama i tangentnom ravni u tački $M = f(u_0, v_0)$, $u_0 \neq \frac{\pi}{2}$.
6. Površ $f = f(u,v)$ nastaje rotacijom krive $\alpha(t) = (\mathrm{ch}\,t, 0, t)$, $t \in \mathbb{R}$ oko $z-$ ose. Odrediti ugao između krive $u = v\sqrt{11}$ i odgovarajuće paralele u njenoj proizvoljnoj tački.

Geometrija 3, kolokvijum, 20.04.2013.

1. Ispitati regularnost i skicirati
   (a) krivu $\alpha(t) = (\frac{\ln^2 t+3}{4}, \ln t),\ t > 0,$
   (b) površ $f(u,v) = (3u\cos v, 7u\sin v, 9u),\ u > 0,\ 0 < v < 2\pi.$
2. Data je kriva $\beta(t) = (\sqrt{2}\mathrm{ch}\,2t, 4\mathrm{sh}\,2t, \sqrt{8}\ t),\ t \in \mathbb{R}$. Odrediti Freneov reper, krivinu, torziju i prirodni parametar krive β. Da li je kriva β uopšteni heliks?
3. Neka je $\gamma(s)$ regularna priroodno parametrizovana kriva. Evoluta krive $\gamma(s)$ je kriva $\alpha(s) = \gamma(s) + \frac{1}{\kappa(s)}N(s)$. Dokazati da su tangentni vektori $T_\gamma(s)$ i $T_\alpha(s)$ u odgovarajućim tačkama normalni. Ako je kriva γ konstantne krivine odrediti krivinu i torziju krive α.
4. Izračunati dužinu krive $\gamma(t) = (2\cos t - \cos 2t, 2\sin t - \sin 2t)$ na intervalu $(0, 2\pi)$.
5. Na površi $f(u,v) = (\sin u\cos v, \sin u\sin v, \cos u + \ln \mathrm{tg}\,\frac{u}{2})$, $0 < u < \pi$, $0 < v < 2\pi$, odrediti
   (a) površinu dela površi ograničenog krivama $u = 0$, $v = \frac{\pi}{4}$ i $u = 2v$,
   (b) ugao između tangentne ravni i $z-$ ose
   (c) zapreminu tertaedra određenog koordinatnim osama i tangentnom ravni u tački $M = f(u_0, v_0)$, $u_0 \neq \frac{\pi}{2}$.
6. Površ $f = f(u,v)$ nastaje rotacijom krive $\alpha(t) = (\mathrm{ch}\,t, 0, t)$, $t \in \mathbb{R}$ oko $z-$ ose. Odrediti ugao između krive $u = v\sqrt{11}$ i odgovarajuće paralele u njenoj proizvoljnoj tački.