

Geometrija 3, jun 2, 18.06.2013.

1. Involuta regularne prirodno parametrizovane krive $\alpha(s)$ je kriva $\beta(s) = \alpha(s) - sT(s)$.
 - (a) Ako je kriva α ravnska, odrediti krivinu krive β .
 - (b) Odrediti parametrizaciju involute lančanice $x = \operatorname{ch} y$.
 - (c) Za krivu dobijenu u (b) odrediti jednačinu tangente u proizvoljnoj tački.

2. Data je površ $r(u, v) = (u \operatorname{ch} v, 2u \operatorname{sh} v, 4u^2)$, $u > 0$, $v \in \mathbb{R}$. Kriva α je skup tačaka date površi u kojima tangentne ravni sadrže tačku $(0, 2, 0)$. Odrediti parametrizaciju krive α i jednačine njene tangente u tački M $u = 2 \operatorname{sh} 1$, $v = -1$.

3. Data je elementarna površ $f(u, v) = \left(\frac{\cos v}{\operatorname{ch} u}, \frac{\sin v}{\operatorname{ch} u}, \operatorname{th} u \right)$, $(u, v) \in \mathbb{R} \times (0, 2\pi)$.
 - (a) Izračunati glavne, Gausovu i srednju krivinu date površi.
 - (b) Odrediti krive (loksodrome) koje zaklapaju konstantan oštar ugao φ sa koordinatnim linijama $v = \operatorname{const}$.
 - (c) Odrediti geodezijske linije među koordinatnim linijama. Dokazati da su krive date sa $v = \pm \int \frac{C \operatorname{ch} u}{\sqrt{1 - C^2 \operatorname{ch}^2 u}} du$, $C = \operatorname{const}$, geodezijske linije.
 - (d) Odrediti sve asimptotske linije i linije krivine na datoj površi.

4. U poluravanskom modelu \mathcal{L}^2 hiperboličke geometrije sa prvom formom $ds^2 = \frac{du^2 + dv^2}{v^2}$ date su tačke $A(-7, 2)$ i $B(-\frac{11}{2}, \frac{\sqrt{7}}{2})$. Preslikavanje f je simetrija u odnosu na pravu $u = -1$ a g je dato formulama $u' = 3 + \frac{4(u-3)}{(u-3)^2 + v^2}$, $v' = \frac{4v}{(u-3)^2 + v^2}$.
 - (a) Ispitati koja od preslikavanja f , g i $g \circ f$ su izometrije.
 - (b) Odrediti jednačinu prave AB i njene slike pri preslikavanju $g \circ f$. Kolika je dužina duži AB ?

$$\Gamma_{11}^1 = \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)}$$

$$\Gamma_{12}^1 = \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)}$$

$$\Gamma_{22}^1 = \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)}$$

$$\Gamma_{11}^2 = \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)}$$

$$\Gamma_{12}^2 = \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)}$$

$$\Gamma_{22}^2 = \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)}$$