

1. Skicirati sledeće površi i ispitati njihovu regularnost :

(a) $f(u, v) = (\operatorname{sh} u \cos v, \operatorname{sh} u \sin v, u)$, $u \geq 0, v \in [-\pi, \pi]$; (b) $g(u, v) = (u, u^3, 2v)$, $u, v \in \mathbb{R}$.

2. Površ je data jednačinom $f(u, v) = (2u \cos v, 2u \sin v, u^2)$, $u > 0, v \in (0, 2\pi)$. Izračunati:

- (a) koeficijente I i II kvadratne forme;
- (b) Gausovu, srednju i glavne krivine;
- (c) ugao između krivih $u + v = 3$ i $u - v = 1$.

3. Izračunati površinu površi $z = \sqrt{5(x^2 + y^2)}$ između ravni $z = 1$ i $z = 5$. Izračunati geodezijsku i normalnu krivinu krive u preseku površi i ravni $z = 5$.

4. Dokazati da na paraboloidu $r(u, v) = (u, \frac{u^2}{2}, v)$ važi:

(a) v – parametarske linije su geodezijske;

(b) prirodno parametrizovana u – parametarska linija $\alpha(s) = r(u(s), v_0)$ je geodezijska ako je $u'^2(1 + u^2) = \text{const.}$

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)}. \end{aligned}$$

5. Data je površ $r(u, v) = (3u \cos v, 3u \sin v, v)$, $u > 0$, $v \in (-\pi, \pi)$.

(a) Odrediti asimptotske linije.

(b) Dokazati da su linije krivine date sa $v = \pm \ln(3u + \sqrt{9u^2 + 1}) + \text{const.}$