

1. Skicirati sledeće krive i ispitati njihovu regularnost ($t \in \mathbb{R}$):

(a) $\alpha(t) = (e^t, e^{-t})$;

(b) $\beta(t) = (0, t^3, 0)$;

(c) $\gamma(t) = (3 \sin t, 3 \cos t, t)$.

2. Data je kriva α svojom parametrizacijom $\alpha(t) = a(\sin t, \cos t + \ln(\operatorname{tg} \frac{t}{2}))$, $t \in (0, \frac{\pi}{2})$, $a > 0$.

(a) Dokazati da je rastojanje između proizvoljne tačke ove krive i preseka sa y -osom tangente u toj tački konstantno.

(b) Dokazati da parametar t predstavlja ugao između tangentskog vektora u proizvoljnoj tački krive i y -ose.

3. Izračunati dužinu krive date svojom polarnom parametrizacijom $\rho(\theta) = a \sin^3(\frac{\theta}{3})$, $a > 0$, $\theta \in [0, 3\pi]$.

4. Neka je α kriva data svojom parametrizacijom $\alpha(t) = (0, t, \operatorname{ch} t)$, $t \in \mathbb{R}$. Odrediti prirodnu parametrizaciju, Freneov reper, krivinu i torziju krive α . Skicirati krivu i na njoj reper u tački $(0, 1, 1)$.
(Pomoć: $(\operatorname{arsh} x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.)
5. (a) Dokazati da za regularnu krivu ($\kappa \neq 0$) parametrizovanu prirodnim parametrom važi
$$\|N'\|^2 = \|T'\|^2 + \|B'\|^2.$$
- (b) Normalna ravan u proizvoljnoj tački regularne krive je ravan koja sadrži tu tačku i normalna je na tangentni vektor T . Dokazati da normalne ravni proizvoljne regularne sferne krive seku sferu po velikim krugovima.
6. Odrediti parametrizaciju ravanske krive (do na izometriju prostora \mathbb{E}^2) čija je krivina (s je prirodni parametar) $\kappa(s) = \frac{1}{2\sqrt{s}}$.