

1. Skicirati sledeće krive i ispitati njihovu regularnost ( $t \in \mathbb{R}$ ):

(a)  $\alpha(t) = (0, t^3, 0)$ ;

(b)  $\beta(t) = (e^{-t}, e^t)$ ;

(c)  $\gamma(t) = (2 \sin t, 2 \cos t, t)$ .

2. Data je kriva  $\alpha$  svojom parametrizacijom  $\alpha(t) = a(\sin t, \cos t + \ln(\operatorname{tg} \frac{t}{2}))$ ,  $t \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $a > 0$ .

(a) Dokazati da parametar  $t$  predstavlja ugao između tangentnog vektora u proizvoljnoj tački krive i  $y$ -ose.

(b) Dokazati da je rastojanje između proizvoljne tačke ove krive i preseka sa  $y$ -osom tangente u toj tački konstantno.

3. Izračunati dužinu krive date svojom polarnom parametrizacijom  $\rho(\theta) = a \sin^3(\frac{\theta}{3})$ ,  $a > 0$ ,  $\theta \in [0, 3\pi]$ .

4. Neka je  $\alpha$  kriva data svojom parametrizacijom  $\alpha(t) = (t, 0, \operatorname{ch} t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ . Odrediti prirodnu parametrizaciju, Freneov reper, krivinu i torziju krive  $\alpha$ . Skicirati krivu i na njoj reper u tački  $(1, 0, 1)$ .  
(Pomoć:  $(\operatorname{arsh} x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ .)
5. (a) Normalna ravan u proizvoljnoj tački regularne krive je ravan koja sadrži tu tačku i normalna je na tangentni vektor  $T$ . Dokazati da normalne ravni proizvoljne regularne sferne krive seku sferu po velikim krugovima.
- (b) Dokazati da za regularnu krivu ( $\kappa \neq 0$ ) parametrizovanu prirodnim parametrom važi  $\|N'\|^2 = \|T'\|^2 + \|B'\|^2$ .
6. Odrediti parametrizaciju ravanske krive (do na izometriju prostora  $\mathbb{E}^2$ ) čija je krivina ( $s$  je prirodni parametar)  $\kappa(s) = \frac{1}{2\sqrt{s}}$ .