

**Geometrija 3, 29.05.2011. Ime i prezime, broj indeksa, grupa**

1. Data je površ parametrizacijom  $r(u, v) = (\sqrt{5} \cos u \cos v + 3 \cos v, \sqrt{5} \cos u \sin v + 3 \sin v, \sqrt{5} \sin u)$ ,  $(u, v) \in (0, 2\pi) \times (0, 2\pi)$ .
- Odrediti koeficijente prve, druge fundamentalne forme i Kristofelove simbole površi  $r$ .
  - Skicirati površ  $r$  i odrediti Gausovu, srednju i glavne krivine.
  - Izračunati geodezijske krivine koordinatnih linija. Da li su neke od njih geodezijske linije?
  - Ako je  $\psi$  ugao između proizvoljne prirodno parametrizovane geodezijske linije i  $v$ -parametarske krive, dokazati da je izraz  $(3 + \sqrt{5} \cos u) \cos \psi$  konstantan. Koji ugao zaklapa geodezijska linija sa  $u$ -parametarskom krivom?
  - Dokazati da su sve geodezijske linije na površi  $r$  date jednačinama  $v = \pm \int \frac{\sqrt{5}C}{(3 + \sqrt{5} \cos u) \sqrt{(3 + \sqrt{5} \cos u)^2 - C^2}} du$ , pri čemu je  $C$  neka konstanta. Skicirati nekoliko različitih geodezijskih linija na površi  $r$ .
2. U poluravanskom modelu  $\mathcal{L}^2$  hiperboličke geometrije sa prvom formom  $ds^2 = \frac{du^2 + dv^2}{v^2}$  date su tačke  $A(3, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ,  $B(3, 3)$  i prave  $b : u = 6$ ,  $c : (u - 5)^2 + v^2 = 4$ .
- Izračunati ugao između pravih  $b$  i  $c$ . U kakvom su međusobnom položaju prave  $AB$ ,  $b$  i  $c$ ?
  - Odrediti središte i dužinu duži  $AB$ .
  - Odrediti tačke simetrične tački  $A$  u odnosu na prave  $b$  i  $c$ .
  - Odrediti jednačine normala iz tačke  $A$  na pravama  $b$  i  $c$ .
  - Ispitati da li su (euklidske) homotetije sa centrima na  $u$ -osi i  $v$ -osi izometrije.

Formule:

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)}. \end{aligned}$$

**Geometrija 3, 29.05.2011. Ime i prezime, broj indeksa, grupa**

1. Data je površ parametrizacijom  $r(u, v) = (\sqrt{5} \cos u \cos v + 3 \cos v, \sqrt{5} \cos u \sin v + 3 \sin v, \sqrt{5} \sin u)$ ,  $(u, v) \in (0, 2\pi) \times (0, 2\pi)$ .
- Odrediti koeficijente prve, druge fundamentalne forme i Kristofelove simbole površi  $r$ .
  - Skicirati površ  $r$  i odrediti Gausovu, srednju i glavne krivine.
  - Izračunati geodezijske krivine koordinatnih linija. Da li su neke od njih geodezijske linije?
  - Ako je  $\psi$  ugao između proizvoljne prirodno parametrizovane geodezijske linije i  $v$ -parametarske krive, dokazati da je izraz  $(3 + \sqrt{5} \cos u) \cos \psi$  konstantan. Koji ugao zaklapa geodezijska linija sa  $u$ -parametarskom krivom?
  - Dokazati da su sve geodezijske linije na površi  $r$  date jednačinama  $v = \pm \int \frac{\sqrt{5}C}{(3 + \sqrt{5} \cos u) \sqrt{(3 + \sqrt{5} \cos u)^2 - C^2}} du$ , pri čemu je  $C$  neka konstanta. Skicirati nekoliko različitih geodezijskih linija na površi  $r$ .
2. U poluravanskom modelu  $\mathcal{L}^2$  hiperboličke geometrije sa prvom formom  $ds^2 = \frac{du^2 + dv^2}{v^2}$  date su tačke  $A(3, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ,  $B(3, 3)$  i prave  $b : u = 6$ ,  $c : (u - 5)^2 + v^2 = 4$ .
- Izračunati ugao između pravih  $b$  i  $c$ . U kakvom su međusobnom položaju prave  $AB$ ,  $b$  i  $c$ ?
  - Odrediti središte i dužinu duži  $AB$ .
  - Odrediti tačke simetrične tački  $A$  u odnosu na prave  $b$  i  $c$ .
  - Odrediti jednačine normala iz tačke  $A$  na pravama  $b$  i  $c$ .
  - Ispitati da li su (euklidske) homotetije sa centrima na  $u$ -osi i  $v$ -osi izometrije.

Formule:

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{12}^1 &= \frac{GE_v - FG_u}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{22}^1 &= \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{12}^2 &= \frac{EG_u - FE_v}{2(EG - F^2)}, & \Gamma_{22}^2 &= \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG - F^2)}. \end{aligned}$$