**Geometrija 3, 29.05.2011.    Ime i prezime, broj indeksa, grupa**

1. Data je površ parametrizacijom $r(u,v) = (\sqrt{3}\cos u \cos v + 2\cos v, \sqrt{3}\cos u \sin v + 2\sin v, \sqrt{3}\sin u)$, $(u,v) \in (0,2\pi) \times (0,2\pi)$.
   (a) Odrediti koeficijente prve, druge fundamentalne forme i Kristofelove simbole površi $r$.
   (b) Skicirati površ $r$ i odrediti Gausovu, srednju i glavne krivine.
   (c) Izračunati geodezijske krivine koordinatnih linija. Da li su neke od njih geodezijske linije?
   (d) Ako je $\psi$ ugao između proizvoljne prirodno parametrizovane geodezijske linije i $v-$parametarske krive, dokazati da je izraz $(2+\sqrt{3}\cos u)\cos\psi$ konstantan. Koji ugao zaklapa geodezijska linija sa $u-$parametarskom krivom?
   (e) Dokazati da su sve geodezijske linije na površi $r$ date jednačinama $v = \pm \int \frac{\sqrt{3}C}{(2+\sqrt{3}\cos u)\sqrt{(2+\sqrt{3}\cos u)^2 - C^2}} du$, pri čemu je $C$ neka konstanta. Skicirati nekoliko različitih geodezijskih linija na površi $r$.

2. U poluravanskom modelu $\mathcal{L}^2$ hiperboličke geometrije sa prvom formom $ds^2 = \frac{du^2+dv^2}{v^2}$ date su tačke $A(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, $B(1,3)$ i prave $b: u = 4$, $c: (u-3)^2 + v^2 = 4$.
   (a) Izračunati ugao izmedju pravih $b$ i $c$. U kakvom su međusobnom položaju prave $AB$, $b$ i $c$?
   (b) Odrediti središte i dužinu duži $AB$.
   (c) Odrediti tačke simetrične tački $A$ u odnosu na prave $b$ i $c$.
   (d) Odrediti jednačine normala iz tačke $A$ na pravama $b$ i $c$.
   (e) Ispitati da li su (euklidske) homotetije sa centrima na $u-$osi i $v-$osi izometrije.

Formule:

$$\Gamma^1_{11} = \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG-F^2)}, \quad \Gamma^1_{12} = \frac{GE_v - FG_u}{2(EG-F^2)}, \quad \Gamma^1_{22} = \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG-F^2)},$$
$$\Gamma^2_{11} = \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG-F^2)}, \quad \Gamma^2_{12} = \frac{EG_u - FE_v}{2(EG-F^2)}, \quad \Gamma^2_{22} = \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG-F^2)}.$$

---


**Geometrija 3, 29.05.2011.    Ime i prezime, broj indeksa, grupa**

1. Data je površ parametrizacijom $r(u,v) = (\sqrt{3}\cos u \cos v + 2\cos v, \sqrt{3}\cos u \sin v + 2\sin v, \sqrt{3}\sin u)$, $(u,v) \in (0,2\pi) \times (0,2\pi)$.
   (a) Odrediti koeficijente prve, druge fundamentalne forme i Kristofelove simbole površi $r$.
   (b) Skicirati površ $r$ i odrediti Gausovu, srednju i glavne krivine.
   (c) Izračunati geodezijske krivine koordinatnih linija. Da li su neke od njih geodezijske linije?
   (d) Ako je $\psi$ ugao između proizvoljne prirodno parametrizovane geodezijske linije i $v-$parametarske krive, dokazati da je izraz $(2+\sqrt{3}\cos u)\cos\psi$ konstantan. Koji ugao zaklapa geodezijska linija sa $u-$parametarskom krivom?
   (e) Dokazati da su sve geodezijske linije na površi $r$ date jednačinama $v = \pm \int \frac{\sqrt{3}C}{(2+\sqrt{3}\cos u)\sqrt{(2+\sqrt{3}\cos u)^2 - C^2}} du$, pri čemu je $C$ neka konstanta. Skicirati nekoliko različitih geodezijskih linija na površi $r$.

2. U poluravanskom modelu $\mathcal{L}^2$ hiperboličke geometrije sa prvom formom $ds^2 = \frac{du^2+dv^2}{v^2}$ date su tačke $A(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, $B(1,3)$ i prave $b: u = 4$, $c: (u-3)^2 + v^2 = 4$.
   (a) Izračunati ugao izmedju pravih $b$ i $c$. U kakvom su međusobnom položaju prave $AB$, $b$ i $c$?
   (b) Odrediti središte i dužinu duži $AB$.
   (c) Odrediti tačke simetrične tački $A$ u odnosu na prave $b$ i $c$.
   (d) Odrediti jednačine normala iz tačke $A$ na pravama $b$ i $c$.
   (e) Ispitati da li su (euklidske) homotetije sa centrima na $u-$osi i $v-$osi izometrije.

Formule:

$$\Gamma^1_{11} = \frac{GE_u - 2FF_u + FE_v}{2(EG-F^2)}, \quad \Gamma^1_{12} = \frac{GE_v - FG_u}{2(EG-F^2)}, \quad \Gamma^1_{22} = \frac{2GF_v - GG_u - FG_v}{2(EG-F^2)},$$
$$\Gamma^2_{11} = \frac{2EF_u - EE_v - FE_u}{2(EG-F^2)}, \quad \Gamma^2_{12} = \frac{EG_u - FE_v}{2(EG-F^2)}, \quad \Gamma^2_{22} = \frac{EG_v - 2FF_v + FG_u}{2(EG-F^2)}.$$