

- Neka je  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  preslikavanje dato sa  $\alpha(t) = (e^{-2t} \cos 2t, -e^{-2t} \sin 2t, e^{-2t})$ .
  - Odrediti najveći interval  $I$  na kom je  $\alpha(t)$  regularna kriva i skicirati njen skup slika za  $I = (-2\pi, 2\pi)$ .
  - Odrediti prirodnu parametrizaciju krive  $\alpha$  i dužinu luka krive  $\alpha$  na intervalu  $(-2\pi, 2\pi)$ .
  - Odrediti krivinu i torziju krive  $\alpha$ .
  - Odrediti Freneov reper krive  $\alpha$ . Napisati Freneove formule krive  $\alpha$  koristeći dobijene podatke.
  - Odrediti ugao između vektora položaja i tangentnog vektora krive  $\alpha$  u tački  $P = \alpha(t_0)$ .
- Dat je helikoid parametrizacijom  $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, 2\sqrt{2}v)$ ,  $(u, v) \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^2$ .
  - Odrediti najveći skup  $\mathcal{U}$  na kom je helikoid  $r(u, v)$  regularna površ.
  - Odrediti prvu fundamentalnu formu helikoida i napisati jednačine koordinatnih linija na helikoidu.
  - Izračunati površinu četvorougla  $ABCD$  na helikoidu određenog koordinatnim krivama  $u = 0$ ,  $v = 0$ ,  $u = 2\sqrt{2}$ ,  $v = 1$ .
  - Izračunati obim i napraviti skicu četvorougla  $ABCD$ .
  - Izračunati ugao između krivih  $u = 0$  i  $u = 2\sqrt{2}v$  na helikoidu.
- Neka su  $\kappa(t) \neq 0$ ,  $\tau(t)$  i  $v(t) = \|\alpha'(t)\|$  krivina, torzija i brzina krive  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  klase  $C^4$ . Odrediti intenzitet vektora  $\alpha'''(t)$  u funkciji od krivine, torzije, brzine i njihovih izvoda, ako je kriva  $\alpha$ 
  - prirodno parametrizovana;
  - proizvoljna.

Formule:

$$\frac{(\alpha' \times \alpha'') \times \alpha'}{\|\alpha'\| \|\alpha' \times \alpha''\|}; \quad \frac{\alpha' \times \alpha''}{\|\alpha' \times \alpha''\|}; \quad \frac{|2(\rho')^2 - \rho\rho'' + \rho^2|}{((\rho')^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}}; \quad \frac{\|\alpha' \times \alpha''\|}{\|\alpha'\|^3}; \quad \frac{[\alpha', \alpha'', \alpha''']}{\|\alpha' \times \alpha''\|^2}$$

- Neka je  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  preslikavanje dato sa  $\alpha(t) = (e^{-2t} \cos 2t, -e^{-2t} \sin 2t, e^{-2t})$ .
  - Odrediti najveći interval  $I$  na kom je  $\alpha(t)$  regularna kriva i skicirati njen skup slika za  $I = (-2\pi, 2\pi)$ .
  - Odrediti prirodnu parametrizaciju krive  $\alpha$  i dužinu luka krive  $\alpha$  na intervalu  $(-2\pi, 2\pi)$ .
  - Odrediti krivinu i torziju krive  $\alpha$ .
  - Odrediti Freneov reper krive  $\alpha$ . Napisati Freneove formule krive  $\alpha$  koristeći dobijene podatke.
  - Odrediti ugao između vektora položaja i tangentnog vektora krive  $\alpha$  u tački  $P = \alpha(t_0)$ .
- Dat je helikoid parametrizacijom  $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, 2\sqrt{2}v)$ ,  $(u, v) \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^2$ .
  - Odrediti najveći skup  $\mathcal{U}$  na kom je helikoid  $r(u, v)$  regularna površ.
  - Odrediti prvu fundamentalnu formu helikoida i napisati jednačine koordinatnih linija na helikoidu.
  - Izračunati površinu četvorougla  $ABCD$  na helikoidu određenog koordinatnim krivama  $u = 0$ ,  $v = 0$ ,  $u = 2\sqrt{2}$ ,  $v = 1$ .
  - Izračunati obim i napraviti skicu četvorougla  $ABCD$ .
  - Izračunati ugao između krivih  $u = 0$  i  $u = 2\sqrt{2}v$  na helikoidu.
- Neka su  $\kappa(t) \neq 0$ ,  $\tau(t)$  i  $v(t) = \|\alpha'(t)\|$  krivina, torzija i brzina krive  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  klase  $C^4$ . Odrediti intenzitet vektora  $\alpha'''(t)$  u funkciji od krivine, torzije, brzine i njihovih izvoda, ako je kriva  $\alpha$ 
  - prirodno parametrizovana;
  - proizvoljna.

Formule:

$$\frac{(\alpha' \times \alpha'') \times \alpha'}{\|\alpha'\| \|\alpha' \times \alpha''\|}; \quad \frac{\alpha' \times \alpha''}{\|\alpha' \times \alpha''\|}; \quad \frac{|2(\rho')^2 - \rho\rho'' + \rho^2|}{((\rho')^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}}; \quad \frac{\|\alpha' \times \alpha''\|}{\|\alpha'\|^3}; \quad \frac{[\alpha', \alpha'', \alpha''']}{\|\alpha' \times \alpha''\|^2}$$