

Geometrija 3, 08.04.2011. Ime i prezime, broj indeksa, grupa

- Neka je $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ preslikavanje dato sa $\alpha(t) = (e^{-3t} \cos 3t, -e^{-3t} \sin 3t, e^{-3t})$.
 - Odrediti najveći interval I na kom je $\alpha(t)$ regularna kriva i skicirati njen skup slika za $I = (-2\pi, 2\pi)$.
 - Odrediti prirodnu parametrizaciju krive α i dužinu luka krive α na intervalu $(-2\pi, 2\pi)$.
 - Odrediti krivinu i torziju krive α .
 - Odrediti Freneov reper krive α . Napisati Freneove formule krive α koristeći dobijene podatke.
 - Odrediti ugao između vektora položaja i tangentskog vektora krive α u tački $P = \alpha(t_0)$.
- Dat je helikoid parametrizacijom $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, 2v)$, $(u, v) \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^2$.
 - Odrediti najveći skup \mathcal{U} na kom je helikoid $r(u, v)$ regularna površ.
 - Odrediti koeficijente prve fundamentalne forme helikoida i napisati jednačine koordinatnih linija na helikoidu.
 - Izračunati površinu četvorougla $ABCD$ na helikoidu određenog koordinatnim krivama $u = 0$, $v = 0$, $u = 2$, $v = 1$.
 - Izračunati obim i napraviti skicu četvorougla $ABCD$.
 - Izračunati ugao između krivih $u = 0$ i $u = 2v$ na helikoidu.
- Neka su $\kappa(t) \neq 0$, $\tau(t)$ i $v(t) = \|\alpha'(t)\|$ krivina, torzija i brzina krive $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ klase C^4 . Odrediti intenzitet vektora $\alpha'''(t)$ u funkciji od krivine, torzije, brzine i njihovih izvoda, ako je kriva α
 - prirodno parametrizovana;
 - proizvoljna.

Formule:

$$\frac{(\alpha' \times \alpha'') \times \alpha'}{\|\alpha'\| \|\alpha' \times \alpha''\|}; \quad \frac{\alpha' \times \alpha''}{\|\alpha' \times \alpha''\|}; \quad \frac{|2(\rho')^2 - \rho\rho'' + \rho^2|}{((\rho')^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}}; \quad \frac{\|\alpha' \times \alpha''\|}{\|\alpha'\|^3}; \quad \frac{[\alpha', \alpha'', \alpha''']}{\|\alpha' \times \alpha''\|^2}$$

Geometrija 3, 08.04.2011. Ime i prezime, broj indeksa, grupa

- Neka je $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ preslikavanje dato sa $\alpha(t) = (e^{-3t} \cos 3t, -e^{-3t} \sin 3t, e^{-3t})$.
 - Odrediti najveći interval I na kom je $\alpha(t)$ regularna kriva i skicirati njen skup slika za $I = (-2\pi, 2\pi)$.
 - Odrediti prirodnu parametrizaciju krive α i dužinu luka krive α na intervalu $(-2\pi, 2\pi)$.
 - Odrediti krivinu i torziju krive α .
 - Odrediti Freneov reper krive α . Napisati Freneove formule krive α koristeći dobijene podatke.
 - Odrediti ugao između vektora položaja i tangentskog vektora krive α u tački $P = \alpha(t_0)$.
- Dat je helikoid parametrizacijom $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, 2v)$, $(u, v) \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^2$.
 - Odrediti najveći skup \mathcal{U} na kom je helikoid $r(u, v)$ regularna površ.
 - Odrediti koeficijente prve fundamentalne forme helikoida i napisati jednačine koordinatnih linija na helikoidu.
 - Izračunati površinu četvorougla $ABCD$ na helikoidu određenog koordinatnim krivama $u = 0$, $v = 0$, $u = 2$, $v = 1$.
 - Izračunati obim i napraviti skicu četvorougla $ABCD$.
 - Izračunati ugao između krivih $u = 0$ i $u = 2v$ na helikoidu.
- Neka su $\kappa(t) \neq 0$, $\tau(t)$ i $v(t) = \|\alpha'(t)\|$ krivina, torzija i brzina krive $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ klase C^4 . Odrediti intenzitet vektora $\alpha'''(t)$ u funkciji od krivine, torzije, brzine i njihovih izvoda, ako je kriva α
 - prirodno parametrizovana;
 - proizvoljna.

Formule:

$$\frac{(\alpha' \times \alpha'') \times \alpha'}{\|\alpha'\| \|\alpha' \times \alpha''\|}; \quad \frac{\alpha' \times \alpha''}{\|\alpha' \times \alpha''\|}; \quad \frac{|2(\rho')^2 - \rho\rho'' + \rho^2|}{((\rho')^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}}; \quad \frac{\|\alpha' \times \alpha''\|}{\|\alpha'\|^3}; \quad \frac{[\alpha', \alpha'', \alpha''']}{\|\alpha' \times \alpha''\|^2}$$