# Рокови из Математике 1 за студенте Факултета за физичку хемију

## 1 МАТЕМАТИКА 1 - 2020/2021

Писмени испит из Математике 1 - 22.09.2021. године

1. Дат је комплексан број $z = 2^{-16}(\sqrt{3} - i)^{15}(\sqrt{3} + i)$. Одредити $\sqrt[4]{z - 1}$.
   Решења записати у алгебарском облику.

2. Дата је права $q : \begin{cases} y - 2x - 3 &= 0 \\ z - 2x &= 0 \end{cases}$ и раван $\beta : x - y - 3z - 4 = 0$. Одредити праву $p$ која припада равни $\beta$, пролази кроз тачку продора праве $q$ кроз раван $\beta$ и нормална је на праву $q$.

3. а)Дате су функције $a(x) = \pi^x$, $b(x) = x^e$ и $c(x) = \pi^e$. Израчунати $a'(x)$, $b'(x)$ и $c'(x)$.
   б) Израчунати $f'(x)$, ако је функција $f(x) = x^{x^e}$.

4. Испитати ток и скицирати график $f(x) = \dfrac{x^4}{(x-2)^3}$.

5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{3x^2 + 8}{x^3 + 4x^2 + 4x} dx$.

6. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $y^2 = 2x + 1$ и $y = 2x - 1$.

Писмени испит из Математике 1 - 06.09.2021. године

1. Наћи сва решења једначине $z^3 = \dfrac{1 - 3i}{1 + i} - \dfrac{2i}{1 - i}$. Решења записати у алгебарском облику.

2. Дате су праве $p : \begin{cases} x + y - 2z &= 6 \\ y - 5z &= 0 \end{cases}$ и $q : \dfrac{x - 2}{1} = \dfrac{y - 2}{\lambda} = \dfrac{z}{1}$.
   Одредити вредност реалног параметра $\lambda$ тако да се праве $p$ и $q$ секу и наћи пресечну тачку.
   За добијену вредност $\lambda$ наћи једначину равни $\alpha$ која садржи праве $p$ и $q$.

3. Одредити Тејлоров полином трећег степена функције $f(x) = \operatorname{arctg} x$ у околини $x = 0$.

4. Испитати ток и скицирати график $f(x) = \dfrac{1}{e^x - 1}$.

5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{\ln(x^2 + 1)}{(x + 1)^2} dx$.

6. Израчунати дужину криве $f(x) = \sqrt{x - x^2} - \arcsin \sqrt{x}$ на њеном домену.

Писмени испит из Математике 1 - 23.08.2021. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $64 \mid 3^{2n+3} + 40n - 27$.

2. Ако је $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\,\vec{a} - 5\vec{b})$ и $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\,\vec{a} - 2\vec{b})$, одредити угао који заклапају вектори $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

3. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \ldots + \sqrt[n]{n}}{n}$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$.

5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x}{(x - 1)^2(x^2 + 1)}\, dx$.

6. Израчунати површину лика у равни ограниченог кривама $y = |x|\,,\ y = (x + 1)^2 - 7,\ x = -4$.

Писмени испит из Математике 1 - 12.07.2021. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи
$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{n^2 + 3n + 2} = \frac{n}{2n + 4}.$$

2. Дати су вектори $\vec{a} = (2, 1, 3)$, $\vec{b} = (1, 1, 1)$, $\vec{c} = (7, 5, 9)$ и $\vec{d} = (2p, 2 - p. - 3)$, $p \in \mathbb{R}$.
   а) Израчунати $\cos\angle(\vec{a}, \vec{c})$, $(5\vec{a} - \vec{c}) \times \vec{b}$ и $\text{пр}_{\vec{b}}\, \vec{a}$.
   б) Одредити реалан параметар $p$ тако да вектори $\vec{a} + \vec{c}$ и $\vec{d}$ буду ортогонални.
   в) Доказати да су вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ копланарни и изразити $\vec{c}$ као линеарну комбинацију вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

3. Израчунати: а) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{5^n-8^n}{8^{n+2}+5^{n+1}}$; б) $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{\sqrt{x+6}-x}{x-3}$. (без примене Лопитала)

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\sqrt{(x^2-9)^3}$.

5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{2-\sin x}{2+\cos x}dx$.

6. Израчунати запремину тела добијеног ротацијом лика у равни ограниченог са $y=2x-x^2$, $y=0$, $x=0$ и $x=1$ око праве $x=0$.

Писмени испит из Математике 1 - 29.06.2021. године

1. Нека је $z_1=-1+5i$ и $z_2=2-\dfrac{i+3}{i+2}$. Одрадити реални и имагинарни део комплексног броја $z=\dfrac{z_1}{z_2}$.

2. Дате су праве $p:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{3}$ и $q:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ и раван $\beta: 5x-2y-z+1=0$.
а) Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $p$ и паралелна је са правом $q$.
б) Одредити растојање равни $\beta$ од праве $q$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\dfrac{x}{\ln x-1}$

4. Израчунати $\displaystyle\int \frac{3\sqrt{x+2}+8}{\sqrt[3]{x+2}+1}$.

5. а) Одредити једначину тангенте $t$ на параболу $\mathcal{P}: y^2=16-2x$ у тачки $A(6,2)$.
б) Одредити површину лика у равни ограниченог параболом $\mathcal{P}$, тангентом $t$ и $x$ осом.

Писмени испит из Математике 1 - 18.02.2021. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n\geq 3$ важи $\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n}\right)=\frac{2}{n}$.

2. а) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z=(3-4i)^{2021}$.
б) Доказати да је $\sqrt[i]{i}$ реалан број.

3. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $\mathcal{H}: 4(x-18)^2-5(y+21)^2=20$.

4. Одредити једначину заједничке нормале као и растојање мимоилазних правих $p\ :\ \frac{x-4}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-12}{-1}$ и $q\ :\ \frac{x-3}{-7}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{3}$.

5. Израчунати: а) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2\sin(2021n^{2021})}{n^{2021}}$, б) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-2^x}{x-2}$. (Без Лопитала)

6. Израчунати извод функције $f(x)=\frac{(\cos x)^{\sin x}}{\arcsin x}$.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\operatorname{arctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$.

8. Израчунати $\displaystyle\int\frac{dx}{(2+\cos x)\sin x}$.

9. Израчунати дужину лука криве $f(x)=\sqrt{16-x^2}$ на интервалу $[2,4]$.

10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\displaystyle\int_{-\infty}^{0}(11x^2-5x+1994)e^x dx$.

Студенти који полажу 1.колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.
Студенти који полажу 2.колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.
Студенти који полажу цео испит раде задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.

Писмени испит из Математике 1 - 08.02.2021. године

1. Математичком индукцијом доказати да за свако $n\in\mathbb{N}$ важи $7\mid 11^{n+1}+5^{2n-1}$.

2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z=(-3-i\sqrt{3})^{21}+i^i$.

3. Одредити једначине тангенти на елипсу $\mathcal{E}: 2x^2+5y^2=20$ из тачке $A(10,2)$

4. Дате су тачке $A(1,2,3)$, $B(-1,0,2)$, $C(1,3,0)$ и $D(0,-1,5)$.
а) Одредити једначину нормале $n$ из тачке $D$ на раван $ABC$.
б) Израчунати запремину тетраедра $ABCD$.

5. Израчунати: а) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{2021n}{n^2+1}+\dfrac{2021n}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{2021n}{n^2+3n}\right)$, б) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin(1-(2021)^{5x})}{\ln(1+2021x)}$. (Без Лопитала)

6. Одредити Тејлоров полином трећег степена функције $f(x) = \ln(1 + \sin x)$ у околини $x = 0$.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$.

8. Израчунати $\displaystyle\int \frac{4x^2 + 23x + 25}{x^3 + 10x^2 + 25x} dx$.

9. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око $x$-осе фигуре ограничене са $2y = 4 - x^2$ и $x + y = 2$.

10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\displaystyle\int_8^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)\operatorname{arctg}^{2021} x}$.

Студенти који полажу 1.колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.
Студенти који полажу 2.колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.
Студенти који полажу цео испит раде задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.

Други колоквијум из Математике 1 - 17.01.2021. године

1. а) Израчунати извод функције $f(x) = e^{\sin x} \cdot (\cos x)^{x^2}$.
   б) Израчунати $y_x''$ параметарске функције $x(t) = 2t^4 - 2021$, $y(t) = 2021 + \ln(t^2)$.

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = e^{\frac{x}{x-1}} - 1$.

3. Израчунати $\displaystyle\int \frac{1 + \sqrt[4]{x}}{x + \sqrt{x}}\, dx$.

4. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $y^2 = x + 1$ и $x + y = 1$.

5. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin(2x) dx$.

Први колоквијум из Математике 1 - 26.12.2020. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи
$$5 + 8 + 11 + \cdots + (3n + 2) = \frac{n(3n + 7)}{2}.$$

2. Решити једначину $z^6 + 2020 = 0$. Сва решења написати у алгебарском облику.

3. Одредити једначине тангенти на елипсу $\mathcal{E} : x^2 + 3y^2 = 28$ у пресечним тачкама са правом $p : 5x - 3y - 14 = 0$.

4. Одредити $\lambda \in \mathbb{R}$ тако да се праве $p : \dfrac{x-9}{4} = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z}{-1}$ и $q : \dfrac{x-2}{\lambda} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{2}$ секу. Наћи једначину нормале $n$ на праве $p$ и $q$ која пролази кроз њихову пресечну тачку.

5. Израчунати: а) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{3n^2 - 2n + 3}{3n^2 - 2n - 5}\right)^{\frac{n^4 - 4}{n^2 + 9}}$, б) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3^{5x^2} - \cos(3x)}{\ln(1 - 5x^2)}$.

# 2 МАТЕМАТИКА 1 - 2019/2020

Писмени испит из Математике 1 - 15.09.2020. године

1. Одредити модуо, аргумент, реални и имагинарни део комплексног броја $z = (i\sqrt{3} - 1)^{2020}$.

2. Дате су тачке $A(1, -2, 1)$, $B(2, 3, 1)$, $C(-1, -6, 3)$ и $D(1, 2, 3)$.
   а) Да ли су ове тачке копланарне?
   б) Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи тачке $A$, $B$ и $C$.

3. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{16n^4 + 1}} + \frac{1}{\sqrt[4]{16n^4 + 2}} + \frac{1}{\sqrt[4]{16n^4 + 3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[4]{16n^4 + 2020n}}$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln\left(\dfrac{x-4}{1-x}\right)$.

5. Израчунати $\displaystyle\int x \cdot \operatorname{arctg} x\, dx$.

6. Израчунати запремину тела насталог ротацијом лика у равни ограниченог са $x^2 = 9 - 3y$ и $x = 3 - y$ око праве $y = 0$.

## Писмени испит из Математике 1 - 01.09.2020. године

1. Решити једначину $(2+5i)z^3 - 2i + 5 = 0$.

2. Дате су праве $a: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и $b: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{0}$ и раван $\alpha: 2x+y+z+1=0$.
   а) Одредити једначину праве $p$ која садржи тачке $A$ и $B$, где је $A$ пресечна тачка праве $a$ и равни $\alpha$, а $B$ пресечна тачка правих $a$ и $b$.
   б) Одредити једначину равни $\beta$ која је паралелна са $\alpha$ и садржи тачку $B$.

3. а) Израчунати извод имплицитно задате функције $y = y(x)$ ако је $xy + \sin y = e^{x+y}$.
   б) Израчунати извод $y'_x$ параметарски задате функције $x(t) = \sqrt{t}\cos t$, $y(t) = \sqrt{t}\sin t$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}$

5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{x^3+6x^2+8x+18}{(x+1)^2(x^2+4)}dx$.

6. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $y = x+1$ и $x = 1-y^2$.

## Писмени испит из Математике 1 - 18.08.2020. године

1. Математичком индукцијом доказати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи $9 \mid 4^n + 15n - 1$.

2. Дате су права $p: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$ и раван $\alpha: 5x - y + 2z = 3$.
   а) Одредити једначину праве $q$ која садржи координатни почетак и пресечну тачку $p$ и $\alpha$.
   б) Одредити једначину равни $\beta$ која садржи праву $p$ и нормална је на раван $\alpha$.

3. Израчунати: а) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^2+5}{n^2-2}\right)^{\frac{2n^2}{n+1}}$ ; б) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-3x)}{\sin(1-e^{-2x})}$ (Без Лопиталовог правила).

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x+2}{x-1}\right)$

5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{(1-\sin x)\cos x}{(\sin x+1)(\sin^2 x+1)}dx$.

6. Израчунати запремину тела добијеног ротацијом лика у равни ограниченог са $xy = 4$, $y = \sqrt{2x}$ и $y = 0$ око $x$-осе.

## Писмени испит из Математике 1 - 25.06.2020. године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(\dfrac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2-2i}\right)^{2020}$.

2. Одредити једначину заједничке нормале и међусобно растојање мимоилазних правих
$$p: \frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1} \quad \text{и} \quad q: \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}.$$

3. Одредити Тејлоров полином трећег степена функције $f(x) = (x^2+x-1)e^{-x}$ у околини $x_0 = 0$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{x}{1+\ln x}$.

5. Израчунати $\displaystyle\int \sqrt{x}\ln^2 x dx$.

6. Израчунати дужину лука криве $f(x) = \ln\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$, $1 \le x \le 2$.

## Писмени испит из Математике 1 - 04.06.2020. године

1. Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = \left(1+\cos\dfrac{3\pi}{8} + i\sin\dfrac{3\pi}{8}\right)^8$.

2. Одредити једначину праве $p$ која садржи $A(1,-2,1)$ и паралелна је правој $q: \begin{cases} x-y+z=4 \\ 2x+y-2z=-5 \end{cases}$.

3. Израчунати $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n+13}{\sqrt{4n^4+3}}+\frac{n+13}{\sqrt{4n^4+6}}+...+\frac{n+13}{\sqrt{4n^4+6n-3}}+\frac{n+13}{\sqrt{4n^4+6n}}\right)$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\frac{x^2+5x}{x^2+2x+1}$.

5. Израчунати $\int\frac{8\cos x}{2\cos^2 x-6\sin^2 x}dx$.

6. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $xy=4$, $y=2x$ и $x=2y$ у првом квадранту.

Писмени испит из Математике 1 - 05.02.2020. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n\in\mathbb{N}$ важи
$$\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+...+\frac{1}{n^2+3n+2}=\frac{n}{2n+4}.$$

2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z=(-3+\sqrt{3}i)^{2020}$.

3. Одредити једначину хиперболе $\mathcal{H}$ са центром у $O(0,0)$ ако су праве $t_1: x-y-1=0$ и $t_2: 5x-7y-1=0$ њене тангенте.

4. Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $p: x-y+z=-1,\ x+y-z=-1$ и нормална је на раван $\beta: 2x-y+5z-3=0$.

5. Израчунати $\lim_{n\to+\infty}\frac{1+3+5+...+(2n-1)}{n^2}$.

6. Израчунати извод функције $f(x)=e^{(\sin x)\cos x}$.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\frac{e^{-x}}{1-x}$.

8. Израчунати $\int\frac{\sqrt{x+2020}}{1+\sqrt[3]{x+2020}}\mathrm{d}x$.

9. Израчунати дужину лука криве $f(x)=\sqrt{x-x^2}+\arcsin\sqrt{x}$, $x\in(0,1)$.

10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{(\mathrm{arctg}\, x)^2}{1+x^2}dx$.

Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.
Студенти који поправљају други колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.
Студенти који полажу цео испит раде задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.
На вежбанци ОБАВЕЗНО написати који део се полаже.

Писмени испит из Математике 1 - 18.01.2020. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n\in\mathbb{N}$ важи $9\mid 4^{n+1}+6n+5$.

2. Решити једначину $z^4=-2+2\sqrt{3}i$.

3. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $\mathcal{H}: 4(x-3)^2-9(y+1)^2=36$.

4. Испитати међусобни положај правих $p: \frac{x-3}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$ и $q: 2x+y-z=1,\ 3x-y=1$.
Одредити њихово међусобно растојање или, ако се секу, координате пресечне тачке.

5. Израчунати: а) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^3+6n^2+14n-5}{n^3-4n^2+3}\right)^n$; б) $\lim_{x\to0}\frac{(1+2x)^e-e^{3x}}{\sin(5x)}$ (без Лопиталовог правила!).

6. Одредити извод имплицитно задате функције $y=y(x)$ ако је $e^y\cos(3x)+\pi(1+x^3)^2=y^4\mathrm{arctg}\,(2x)+\ln(3)$.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\sqrt[3]{x^3-3x^2}$.

8. Израчунати $\int\frac{2x^5+6x^3+1}{x^4+3x^2}\mathrm{d}x$.

9. Израчунати површину лика у равни који је ограничен са $y^2=2x+1$ и $y=2x-1$.

10. Израчунати $\int_0^{+\infty}xe^{-x^2}dx$.

Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.
Студенти који поправљају други колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.
Студенти који полажу цео испит раде задатке 1, 4, 5, 7, 8 и 9.
На вежбанци ОБАВЕЗНО написати који део се полаже.

Други колоквијум из Математике 1 - 12.01.2020. године

1. а) Развити функцију $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ у Тејлоров полином трећег степена у околини $x = 0$.
   б) Одредити $A \in \mathbb{R}$ такав да функција $g(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x+\sqrt{x^2+1})-x}{x^3}, & x < 0; \\ -\frac{2}{A}\cos x, & x \geq 0. \end{cases}$ буде непрекидна.
2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{x+1}\right)$.
3. Израчунати $\displaystyle\int \frac{\operatorname{tg} x}{(1+\cos x)^2} dx$.
4. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом $x^2 = 9 - 3y,\ y = -2x + 6,\ x = 0$ око $y$-осе.
5. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\displaystyle\int_0^{+\infty} (12x^2 + 795x + 1201)e^{-x} dx$.

Први колоквијум из Математике 1 - 23.11.2019. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + ... + n(n+4) = \frac{n(n+1)(2n+13)}{6}$.
2. Одредити реални и имагинарни део. модуо и аргумент комплексног броја $z = e^{e-\pi+\frac{2019\pi}{4}i}$.
3. Наћи једначине тангенти на параболу $\mathcal{P} : (y-1)^2 = 4(x+1)$ у пресечним тачкама са правом $p : 2x + y - 3 = 0$. Скицирати слику.
4. Дате су раван $\alpha : x + y - z + 1 = 0$ и права $p : \frac{x-1}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Одредити:
   а) заједничку тачку $M$ праве $p$ и равни $\alpha$.
   б) једначину равни $\beta$ која садржи праву $p$ и нормална је на раван $\alpha$.
5. Израчунати: а) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+1)\sin(3^n(n!+n^2))}{\sqrt{n^4+3n^2-1}}$; б) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+\operatorname{tg} x)}{e^x - 1}$.

# 1 МАТЕМАТИКА 1 - 2018/2019

Писмени испит из Математике 1 – 23.09.2019. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи
$$\frac{1 \cdot 2!}{2} + \frac{2 \cdot 3!}{2^2} + \cdots + \frac{n \cdot (n+1)!}{2^n} = \frac{(n+2)!}{2^n} - 2.$$

2. Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $p : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z+8}{-4}$ и нормална је на праву $q : \dfrac{x+2}{5} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z}{2}$. Одреди растојање равни $\alpha$ од праве $r : \dfrac{x-8}{1} = \dfrac{y+7}{1} = \dfrac{z-4}{-1}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

4. Израчунати $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt[3]{2x-3}+1}dx$.

5. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $y^2 = x$ и $3y^2 = 2(x+2)$.

Писмени испит из Математике 1 – 13.09.2019. године

1. Решити једначину $z^5 + 1 - \sqrt{3}i = 0$.

2. а) Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $l : \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$ и нормална је на раван $\beta : 2x + y + 3z + 5 = 0$.
   б) Одредити једначину нормале из тачке $A(13, 09, 2019)$ на раван $\beta$.

3. Израчунати
$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1309}{\sqrt[2019]{n^{2019}+1}} + \frac{1309}{\sqrt[2019]{n^{2019}+2}} + ... + \frac{1309}{\sqrt[2019]{n^{2019}+n}}\right).$$

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln\dfrac{2x-1}{x+2}$.

5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{dx}{4\sin x + 3\cos x + 5}$.

Писмени испит из Математике 1 – 23.08.2019. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\dfrac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \dfrac{5}{2^2 \cdot 3^2} + ... + \dfrac{2n+1}{n^2 \cdot (n+1)^2} = 1 - \dfrac{1}{(n+1)^2}$.

2. Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $p : \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+8}{-4}$ и нормална је на праву $q : \frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{2}$. Одреди растојање равни $\alpha$ од праве $r : \frac{x-8}{1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

3. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[5]{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}, & x < 0; \\ \frac{x+5}{|x-3|}, & 0 \le x \le 1; \\ \frac{\ln x}{(x-1)^2}, & x > 1. \end{cases}$

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{1-x}$.

5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{3x^2 - 2x + 5}{x^3 - x^2 + 2x - 2}dx$.

Писмени испит из Математике 1 – 05.07.2019. године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (-\sqrt{2} + i\sqrt{6})^{2019}$.

2. Написати једначину праве $p$ која садржи тачку $A(1, 1, 1)$ и паралелна је правој $BC$, где је $B(1, 2, 3)$ и $C(5, 0, 2)$. Одредити реалан параметар $\lambda$ такав да тачка $D(-3, \lambda + 2, 2)$ припада правој $p$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

4. Израчунати $\displaystyle\int \frac{1 + x\ln(1+x^2)}{1+x^2}dx$.

5. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $y = e^x$, $y = e^{-x}$ и $x = 2$.

Писмени испит из Математике 1 – 14.02.2019. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи
$$\frac{1 \cdot 2!}{2} + \frac{2 \cdot 3!}{2^2} + \cdots + \frac{n \cdot (n+1)!}{2^n} = \frac{(n+2)!}{2^n} - 2.$$
2. Решити једначину $z^5 + 32 = 0$.
3. а) Одредити једначину праве $p$ која садржи тачке $A(5, 2, 3)$ и $B(1, 4, 2)$;
б) Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи тачку $C(3, 1, 3)$ и нормална је на праву $p$.
4. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $\mathcal{H} : \frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$. Скицирати $\mathcal{H}$.
5. Израчунати а) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{n^3 + 3n - 4}{n^3 + n - 3}\right)^{5n^2}$ ; б) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{5^x + \ln(1 + 6x) - (1 + \sin 3x)^2}{x}$.
6. Одредити $y''_x$ параметарски задате функције $x = e^{-t}$, $y = e^{2t}$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$.
8. Израчунати $\int xe^x \sin x \, dx$.
9. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $y = 2x^2 + 1$ и $y = x^2 + 10$.
10. Израчунати $\int_{-\infty}^{0} e^{x+e^x} dx$.

**Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.**
**Студенти који поправљају други колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.**
**Студенти који полажу цео испит раде задатке 1, 3, 5, 7, 8 и 9.**

Писмени испит из Математике 1 – 01.02.2019. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 0$ важи $133 \mid 11^{n+2} + 12^{2n+1}$.
2. Одредити $\mathrm{Re}\, z$, $\mathrm{Im}\, z$, $|z|$ и $\bar{z}$ ако је $z = e^{i\pi \frac{-1-i}{3}}$.
3. Дати су вектори $\vec{a} = (0, 2, 4)$, $\vec{b} = (4, -1, 3)$ и $\vec{c} = (2, 1, 3)$. Израчунати:
а) $\|\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}\|$ ; б) $\vec{a} \times \vec{c}$ ; в) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .
4. Одредити једначине тангенти на $y^2 = x$ у пресечним тачкама са $3y^2 = 2(x + 2)$.
5. Израчунати $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + ... + n \cdot (n+1)}{n^3}$.
6. Израчунати извод функције $f(x) = (\sin x)^{\mathrm{arctg}\, 2x}$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$.
8. Израчунати $\int \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt[3]{2x-3} + 1} dx$.
9. Израчунати запремину тела насталог ротацијом око $y$-осе фигуре ограничене са $xy = 6$ и $x + y - 7 = 0$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(x+1)}$.

**Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1-5, други 6-10, а цео испит 2,4,5,7,8,9.**

Други колоквијум из Математике 1 – 19.01.2019. године

1. Развити функцију $f(x) = e^{x-x^3}$ у Тејлоров полином степена 4 у околини тачке $x_0 = 0$.
2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x - 3) \cdot \ln^2(x - 3)$.

3. Израчунати $\int \frac{4x^2-9x-4}{x^3-3x^2+4}dx$.

4. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $y^2=x$ и $3y^2=2(x+2)$.

5. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_0^{+\infty}(x^2+x-1)e^{-x}dx$.

Први колоквијум из Математике 1 – 25.11.2018. године

1. Доказати да за сваки природан број $n\in\mathbb{N}$ важи $\frac{1}{1\cdot5}+\frac{1}{5\cdot9}+...+\frac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\frac{n}{4n+1}$.

2. Решити једначину $z^4+1+i\sqrt{3}=0$.

3. Одредити једначину хиперболе $H$ ако је права $t:x+2y-1=0$ њена тангента, а праве $a_{1/2}:x=\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}y$ њене асимптоте.

4. Испитати међусобни положај правих $p:\frac{x+3}{4}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{2}$ и $q:x+y-z=0,\ x+2y=5$.

5. Израчунати: а) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3^{n+1}+5^{n+1}}{3^n-5^n}$; б) $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-(1+x)^6}{\sin x}$.

## 2 МАТЕМАТИКА 1 - 2017/2018

Писмени испит из Математике 1 – 24.09.2018. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n\in\mathbb{N}$ важи

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{3}{3^3}+...+\frac{n}{3^n}=\frac{3}{4}-\frac{2n+3}{4\cdot3^n}.$$

2. а) Да ли су тачке $A(0,1,2)$, $B(2,1,0)$, $C(2,1,2)$ и $D(1,2,1)$ компланарне?
б) У каквом се међусобном положају налазе праве $AB$ и $CD$?

3. Израчунати $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{2n^2}+\frac{n+1}{2(n^2+1)}+\frac{n+1}{2(n^2+2)}+...+\frac{n+1}{2(n^2+n)}\right)$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\ln(\ln^2x-\ln x+1)$.

5. Израчунати интеграл $\int\frac{\sqrt[3]{x+2}}{x-3\sqrt[3]{x+2}}\ dx$.

Писмени испит из Математике 1 – 19.09.2018. године

1. Решити једначину $z^5-\frac{1}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i=1$.

2. Одредити једначину заједничке нормале, као и растојање између мимоилазних правих $p:\frac{x}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{1}$ и $q:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$.

3. Израчунати интеграл $\int(x^2+3x-4)\sin2x\ dx$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\ln\sqrt{x^2-6x+8}$.

5. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $x=2y^2+1$ и $x=y^2+10$.

Писмени испит из Математике 1 – 22.08.2018. године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z=(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i})^7$.

2. Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи тачке $A(1,2,3)$, $B(2,1,3)$ и $C(3,2,1)$. Одредити затим једначину нормале $n$ из тачке $N(12,23,31)$ на раван $\alpha$.

3. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције $f(x)=\frac{1}{e^{\frac{2x}{3x+9}}-1}$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{x^2+4x+4}{x+1}$.

5. Израчунати интеграл $\displaystyle\int \frac{2x^3+4x^2-1}{x^2(x^2+1)}dx$.

Писмени испит из Математике 1 – 04.07.2018. године

1. Решити једначину $z^5 = \sqrt{3} - i$.

2. Одреди једначину праве $q$ која садржи тачку $Q(0,-1,-4)$ и сече праву $p: x+y+z-3=0,\ 2y-z-14=0$ под углом $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Одредити затим раван $\alpha$ која садржи праве $p$ и $q$.

3. Израчунати интеграл $\displaystyle\int \frac{\sin 2x + \cos x}{\sin^2 x + 1}dx$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x+1)^3\sqrt[3]{x^2}$.

5. Дата је елипса $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. Одреди запремину тела које настаје ротацијом ове елипсе око:
(а) $x$-осе; (б) $y-$осе.

Која од добијених запремина је већа?

Писмени испит из Математике 1 – 20.06.2018. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + ... + (-1)^{n-1}n^2 = (-1)^{n-1}\dfrac{n(n+1)}{2}$.

2. Одреди једначину нормале из пресечне тачке правих $p: x+y-z=0,\ y+2z=7$ и $q: \dfrac{x+6}{1} = \dfrac{y+7}{2} = \dfrac{z+3}{1}$ на раван $\alpha: 2x-3y+z-1=0$.

3. Израчунати интеграл $\displaystyle\int \frac{\sin x}{\cos x\sqrt{1+\sin^2 x}}dx$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x\sqrt[3]{(x+1)^2}$.

5. Израчунати површину лика у равни ограниченог кривама $y = |x|$ и $y = \dfrac{2}{1+x^2}$.

Писмени испит из Математике 1 – 17.02.2018. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 0$ важи $59 \mid 5^{n+2} + 26 \cdot 5^n + 8^{2n+1}$.

2. Одреди реални и имагинарни део комплексног броја $z = e^{e + \frac{\pi(-1-i\sqrt{3})}{6}i}$.

3. Наћи полуосе, жиже и ексцентрицитет елипсе $4(x-2)^2 + 9(y+1)^2 = 36$.

4. Одреди реалан параметар $\lambda$ тако да се праве $p: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+4}{5} = \dfrac{z-1}{-2}$ и $q: \dfrac{x-\lambda}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z+5}{0}$ секу, а затим одреди једначину равни $\alpha$ која садржи те две праве.

5. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1+4+9+...+n^2}{n^3}$.

6. Одредити константе $a$ и $b$ тако да је функција $f(x)$ непрекидна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(\sin x+\cos x)^2-1}{x}, & x<0; \\ a\cos(\pi x)+b, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{6x^4-6}{x^2+2x-3}, & x>1. \end{cases}$$

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{(x-1)^3}{(x+2)^2}$.

8. Израчунати $\displaystyle\int \ln(x^2+4)dx$.

9. Израчунати запремину тела насталог ротацијом $y = \sin x,\ y = \pi x - x^2$ око праве $y=0$.

10. Израчунати $\int_0^{+\infty} \dfrac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$.

Студенти који полажу само први део раде задатке 1,2,3,4 и 5.
Студенти који полажу само други део раде задатке 6,7,8,9 и 10.
Студенти који полажу цео испит раде задатке 1,4,5,7,8 и 10.

## Писмени испит из Математике 1 – 31.01.2018. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$.
2. Решити једначину $z^3 = 1 + \cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}$.
3. Одреди једначине тангенти из тачке $A(-8, 2)$ на криву $4x^2 + 9y^2 = 36$.
4. Одреди једначину заједничке нормале мимоилазних правих $p : \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$ и $q : \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.
5. Израчунати: а) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left( \dfrac{2n^2+1}{2n-3} - \dfrac{n^2+\frac{1}{2}}{n-2} \right)$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+\sin 3x)}{(1+x)^2-1}$.
6. Израчунати $\lim\limits_{x\to+\infty} (xe^{\frac{10}{x+1}} - x)$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \operatorname{arctg}\frac{x+1}{x}$.
8. Израчунати $\int \frac{1}{(1+x)^2} \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} dx$.
9. Израчунати запремину тела насталог ротацијом $y = x^2 + x - 6$, $x - y - 2 = 0$ око $x$-осе.
10. Израчунати $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x-2}$.

Студенти који полажу само први део раде задатке 1,2,3,4 и 5, други део 6,7,8,9 и 10 а цео испит 1,2,4,7,8 и 9.

## Други колоквијум из Математике 1 – 21.01.2018. године

1. а) Израчунати извод функције $f(x) = x^{\sin x}$.
   б) Израчунати извод имплицитно задате функције $y = y(x)$ ако је $5y^2 + \cos x \sin^2 y = (3x + 5)^2$.
2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = xe^{\frac{1}{x-2}}$.
3. Израчунати $\int \frac{x^5+4x^3+2x-1}{x^2(x^2+1)} dx$.
4. Израчунати површину лика у равни ограниченог кривама $y^2 = 9 - 3x$, $y = -\frac{1}{2}x + 3$ и $y = 0$.
5. Израчунати $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{e^{-x}+e^{x}}$.

## Први колоквијум из Математике 1 – 02.12.2017. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\left(1 - \dfrac{9}{2^2}\right)\left(1 - \dfrac{9}{5^2}\right) \cdots \left(1 - \dfrac{9}{(3n-1)^2}\right) = -\dfrac{3n+2}{2(3n-1)}$ .
2. Одреди реални и имагинарни део комплексног броја $z = (\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}i}{2-2i})^{2020}$ .
3. Наћи једначине тангенти на елипсу $2(x-3)^2 + 8(y+1)^2 = 32$ у пресечним тачкама са правом $x - 2y - 1 = 0$.
4. Дати су вектори $\vec{a} = (7, 6, -6)$, $\vec{b} = (6, 2, 9)$ и $\vec{c} = (-6, 9, 2)$.
   а) Испитати да ли су ови вектори копланарни.
   б) Наћи запремину паралелепипеда конструисаног над ова три вектора.
   в) Да ли је тај паралелепипед коцка?
5. Одредити следеће граничне вредности:
   а) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{5n^3+2}{5n^3}\right)^{n^3}$; б) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{3-2x+x^2} - \sqrt{x^2-x+1}}{2x-x^2}$ .

## 3 МАТЕМАТИКА 1 - 2016/2017

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 3 2017, 25.09.2017.године

1. Решити једначину $z^3 = \sqrt{\sqrt{3} - 3\mathrm{i}}$.
2. Нека су $A$ и $B$ додирне тачке тангенти на параболу $y^2 = -8x$ из тачке $M(1,1)$. Одредити површину троугла $ABO$ ако је $O$ координатни почетак.
3. Одредити константе $a$ и $b$ тако да је функција $h(x)$ непрекидна
$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-e^{-2x}}{x}, & x < 0; \\ a\cos x + b, & 0 \le x \le \pi; \\ \frac{1}{\pi^3}\frac{x^4-\pi^4}{x-\pi}, & x > \pi. \end{cases}$$
4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\ln(-x)}{\sqrt{-x}}$
5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{2x^3 + 5x^2 - x - 1}{x^2 + 4x + 4}\mathrm{d}x$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 2 2017, 20.09.2017.године

1. Израчунати $z = \sqrt[4]{-1 + \mathrm{i}}$.
2. Одредити једначину нормале из тачке $A(2,3,-1)$ на раван $\alpha: 2x + y - 4z + 5 = 0$.
3. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције
$$f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}.$$
4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x^2 - 1)^3$
5. Израчунати $\displaystyle\int (x^2 + x + 1)e^{3x}\mathrm{d}x$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 1 2017, 23.08.2017.године

1. Решити једначину $z^4 = 16\mathrm{i}$.
2. Одредити једначину равни равни $\alpha$ која садржи праву $p: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{2}$ и нормална је на раван $\beta: 3x - z + 2017 = 0$.
3. Одредити граничну вредност $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2\mathrm{tg}\, x}{\ln(1 + \pi x)}$.
4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2+6x+9}{x-1}$
5. Израчунати $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (x^2 + 2)\sin x \mathrm{d}x$.

МАТЕМАТИКА 1 – јул 2017, 05.07.2017.године

1. Израчунати $z = (-3 + i\sqrt{3})^{10}$.
2. Одредити једначину равни равни која садржи тачку $M(-1,0,3)$ и нормална је на праву $q: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-3}{-1}$.
3. Одредити константе $a$ и $b$ тако да је функција $h(x)$ непрекидна
$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sin 8x}{e^{2x}-1}, & x < 0; \\ a\cos x + b, & 0 \le x \le \pi; \\ 2 + \log\frac{x}{\pi}, & x > \pi. \end{cases}$$
4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^3 + x^2}$
5. Израчунати $\displaystyle\int (x^3 - 2x^2 + x + 2)\log(2x)\mathrm{d}x$.

## МАТЕМАТИКА 1 – јун 2017, 21.06.2017.године

1. Решити једначину $z^3 = \sqrt{1 - \mathrm{i}\sqrt{3}}$
2. Нека су $A$ и $B$ додирне тачке тангенти на параболу $y^2 = -8x$ из тачке $M(1,1)$. Одредити површину троугла $ABO$ ако је $O$ координатни почетак.
3. Одредити константе $a$ и $b$ тако да је функција $h(x)$ непрекидна
$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{x}, & x < 0; \\ a\cos x + b, & 0 \le x \le \pi; \\ \frac{1}{\pi^3}\frac{x^4 - \pi^4}{x - \pi}, & x > \pi. \end{cases}$$
4. Детально испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\ln(-x)}{\sqrt{-x}}$
5. Израчунати $\displaystyle\int \frac{2x^3 + 5x^2 - x - 1}{x^2 + 4x + 4}\mathrm{d}x.$

## МАТЕМАТИКА 1 – фебруар 2017, 18.02.2017.године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(\frac{1+\mathrm{i}\sqrt{3}}{1-\mathrm{i}}\right)^{182}$.
2. Доказати да је: $\left(1 - \frac{4}{1}\right)\left(1 - \frac{4}{9}\right)\dots\left(1 - \frac{4}{(2n-1)^2}\right) = \frac{1+2n}{1-2n}$, за свако $n \in \mathbb{N}$.
3. Одредити површину троугла који одређују асимптоте хиперболе $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и права $9x + 2y - 24 = 0$.
4. Испитати међусобни положај правих $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ и $q: \frac{x+5}{-3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
5. Одредити граничну вредност $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+1} + \dots \frac{n-1}{n^2+1}\right)$.
6. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1-4x)}{1 - \left(1 + \frac{x}{\pi}\right)^{16}}, & x \le 0 \\ \operatorname{arctg}\dfrac{1}{1-x}, & 0 < x < 1 \\ \pi\sqrt{x+8}, & x \ge 1. \end{cases}$
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - (x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$.
8. Израчунати $\displaystyle\int \frac{x^3 - x^2 + 6x - 5}{x^2 + 4}\mathrm{d}x.$
9. Израчунати површину фигуре ограничене кривама $(y+1)^2 = 2x + 8$ и $x - y = 1$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(1+x^2)\operatorname{arctg}^2 x}.$

## МАТЕМАТИКА 1 – јануар 2017, 01.02.2017.године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n$ важи $17 | 6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}$.
2. Одредити сва решења једначине $\frac{1}{z^4} = \mathrm{i}$.
3. Одредити једначине тангенти на елипсу $x^2 + \dfrac{y^2}{9} = 1$ које садрже жижу праболе $y^2 = 8x$.
4. Одредити једначину праве $q$ која садржи тачку $Q(-3,1,2)$, паралелна је са равни $\alpha: 4x - y + 2z - 5 = 0$ и која сече праву $p: \frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.
5. Одредити граничну вредност низа $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^2+n+1}{n^2-n-1}\right)^{n^2}$
6. Испитати да ли је дата функција непрекидна и ако није одредити тип прекида
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2 - 2\cos x}{x^2}, & x < 0 \\ \sqrt{2}, & x = 0 \\ \dfrac{\frac{1}{25}((1+x)^{25} - 1)}{\sin x}, & x \in (0, \frac{1}{3}) \end{cases}$$

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \arctan\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$.

8. Израчунати интеграл $\displaystyle\int \log\frac{x^2+1}{x^2-1}\mathrm{d}x$.

9. Одредити запремину тела добијеног ротацијом криве $f(x) = \frac{x}{\sqrt[4]{x^3+1}}$, $x \in [0,1]$ око $x$- осе.

10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\displaystyle\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$.

## 4 МАТЕМАТИКА 1 - 2015/2016

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 3 2016, 28.09.2016.године

1. У скупу комплексних бројева решити једначину $z^6 + 32 = 0$.
2. Кроз тачку $A(1,2,3)$ одредити праву $p$ која је паралелна равни $\alpha\,:\,x+y+z+10=0$ и која сече праву $l\,:\,\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-4}{1}$.
3. Испитати непрекидност функције $f(x) = e^{1-2^{\frac{1}{x-2}}}$.
4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x^2 \ln x$.
5. У тачки $P(2,2)$ параболе $y^2 = 2x$ конструисана је тангента. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око $x-$осе фигуре ограничене овом тангентом, параболом и $x-$осом.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 2 2016, 21.09.2016.године

1. Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = (-1-\mathrm{i}\sqrt{3})^{2016}$.

2. Доказати да се праве $p : \frac{x-6}{1} = \frac{y+10}{-2} = \frac{z-1}{0}$ и $q : \frac{x+4}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-7}{2}$ секу, а затим одредити растојање пресечне тачке од равни $\alpha : 3x+4y-12z-10=0$.

3. Одредити константу $A$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} A\cos 2x - \sqrt{2}, & x \le 0, \\ \frac{(1+x)^{\sqrt{2}}-1}{x}, & x > 0. \end{cases}$$

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2+4x}$.

5. Израчунати $\displaystyle\int \sin 3x\, e^{-x}\mathrm{d}x$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 1 2016, 24.08.2016.године

1. Решити једначину $(1+i\sqrt{3})z^6 + i - 1 = 0$.

2. Израчунати површину троугла одређеног асимптотама хиперболе $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ и правом $9x+2y-24=0$.

3. Одредити тачке прекида функције $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sin x}, & x \neq 0; x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2, & x = 0 \\ 0, & x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$, као и њихов карактер.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{x^2+4x+4}{x+1}$.

5. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом фигуре ограничене кривом $y = e^{-x}$ и полуправом $y = 0$ за $x \ge 0$ око $x$-осе.

МАТЕМАТИКА 1 – јул 2016, 06.07.2016.године

1. Решити једначину $z^5 - 3\mathrm{i} = 0$.

2. Дата је права $p\,:\;2x+y-4=0$ и елипса $\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$. Ако су $A$ и $B$ пресечне тачке праве $p$ са елипсом, одредити праву која садржи средиште дужи $AB$ и паралелна је тангенти на елипсу у тачки $A$.

3. Одредити граничну вредност $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+\frac{1}{2}\sin x\right)}{2x}$.

4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x)=(1-x)e^{\frac{-1}{x+1}}$.

5. Израчунати $\int \dfrac{x^2-x+33}{x^3+2x^2+9x+18}\mathrm{d}x$.

МАТЕМАТИКА 1 – јун 2016, 22.06.2016.године

1. Представити комплексан број $z=\left(\frac{2}{1+i\sqrt{3}}\right)^{1996}$ у алгебарском запису.

2. Одредити заједничку нормалу и растојање између у мимоилазних правих $p: \frac{x-4}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-12}{-1}$ и $q: \frac{x-3}{-7}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{3}$.

3. Одредити константу $A$ тако да је функција

$$f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt[3]{2+7x}-\sqrt[3]{2}}{\sin x}, & x\neq 0\\ A, & x=0\end{cases}$$

непрекидна у тачки $x=0$.

4. Детаљно испитати ток и скицирати график функције

$$f(x)=(x+1)e^{\frac{1}{x-1}}.$$

5. Одредити површину лика у равни ограниченог кривама $y=\frac{2}{x}$, $y=x^2$, $x=1$ и $x=2$.

МАТЕМАТИКА 1 – фебруар 2016, 20.02.2016.године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}\right)^{2016}$.

2. Доказати да је: $1\cdot 1!+2\cdot 2!+\ldots+n\cdot n!=(n+1)!-1$, за свако $n\in\mathbb{N}$.

3. Наћи полуосе, ексцентрицитет, координате жижа и центра, као и једначине директриса и асимптота хиперболе
$\mathcal{H}: \dfrac{(x+3)^2}{5}-\dfrac{(y-2)^2}{2}=1$.

4. Одредити једначину равни која садржи праву $l: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+10}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$ и нормална је на раван $\alpha: x+y+2z=2$.

5. Одредити граничне вредности: (а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{\sin(8x)}$, (б) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1^2+2^2+\ldots+n^2}{n^3}\right)$.

6. Одредити вредност параметра $\alpha$ тако да је функција $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+2x)}{\sin(\alpha x)}, & x\neq 0\\ 2, & x=0\end{cases}$ непрекидна.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\dfrac{x}{1+\ln x}$.

8. Израчунати $\int\dfrac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x}dx$.

9. Израчунати запремину тела насталог ротацијом фигуре ограничене линијама $xy=4, y=0$ за $x\geq 1$, око $x$ осе.

10. Одредити суму реда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{-2}{5}\right)^n$. Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n+1}{n^3-1}$.

МАТЕМАТИКА 1 – јануар 2016, 03.02.2016.године

1. Нека је $z=\frac{\sqrt{3}-i}{-1+i}$. Представити $z$ у тригонометријском облику, и израчунати $z^{1440}$.

2. Доказати да $7|11^{n+1}+5^{2n-1}$, за свако $n\in\mathbb{N}$.

3. Одредити једначине тангенти на елипсу $\varepsilon: \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=2$ у пресечним тачкама са правом $y=3$.

4. Дате су праве $p: x+y+2z-2=0, 2x-3y-z+1=0$ и $q: \dfrac{x-2}{\lambda}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z-5}{1}, \lambda\in\mathbb{R}$. Одредити вредност реалног параметра $\lambda$ за који се праве $p$ и $q$ секу, као и њихову пресечну тачку.

5. Одредити граничну вредност низа чији је општи члан дат са

$$a_n = \frac{n}{(n+1)^2} + \frac{n}{(n+1)^2+2} + \frac{n}{(n+1)^2+4} + \ldots + \frac{n}{(n+1)^2+2n}.$$

6. Одредити вредност параметра $A$ тако да је функција $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{e^{x^2}-1}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$ непрекидна.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{2x^2+x+1}{e^x}$.

8. Израчунати $\displaystyle\int \frac{\ln(x^2-x)}{(x+1)^2} dx$.

9. Израчунати површину лика у равни, ограниченог кривама $y = \dfrac{x^3}{3}, y = -\sin x, x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$.

10. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-n}{2n-1} \right)^{3n}$.

МАТЕМАТИКА 1 – други колоквијум, 21.01.2016.године

1. Испитати непрекидност функције $h(x)$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x}-1}{\operatorname{arctg} x} & x < 0; \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} x\right) & 0 \leq x < 1; \\ 2\sin x + 3 & x \geq 1. \end{cases}$$

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-2}}$.

3. Израчунати $\displaystyle\int \frac{-17x-1}{(x-3)(x^2+4x+5)}\, \mathrm{d}x$.

4. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом лика у равни ограниченог кривама $y = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ и $y = \operatorname{tg} x$ око $Ox-$осе.

5. Израчунати $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x}\, \mathrm{d}x$.

МАТЕМАТИКА 1 – први колоквијум, 28.11.2015.године

1. Одредити $Re\, z$, $Im\, z$, $|z|$, $\arg z$ и $\bar{z}$ ако је $z = e^{3-\frac{\pi(1+i\sqrt{2})i}{6}}$.

2. Математичком индукцијом показати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи

$$2 + 7 + 14 + \ldots + (n^2+2n-1) = \frac{1}{6} n(2n^2+9n+1).$$

3. Испитати да ли су тачке $A(1,0,-5)$, $B(2,-3,3)$, $C(-1,-2,0)$ и $D(9,0,-4)$ копланарне.

4. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет елипсе $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{2} = 1$. Одредити тангенте на елипсу из тачке $M(4,-3)$.

5. Одредити граничне вредности (не користећи Лопиталова правила)

(а) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{6\operatorname{tg} x}{\ln(1+3x)}$, (б) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left( \frac{n^3+n^2}{n^3+n+1} \right)^{-3n^2+6}$.

# 5 МАТЕМАТИКА 1 - 2014/2015

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 3 2015.године

1. Решити једначину $z^4 + \frac{i-1}{i+1} = 0$.

2. Одредити продор праве $p : \frac{x}{0} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$ кроз раван $\beta : 2x - y - 2z = 0$, а затим одредити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $p$ и нормална је на раван $\beta$.

3. Детаљно испитати функцију $f(x) = xe^{x^2}$ и скицирати њен график.

4. Израчунати $\displaystyle\int_0^{e-1} \ln^2(x+1)\mathrm{d}x$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 2 2015.године

1. Одредити граничну вредност $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{\sqrt[3]{1+5x}-1}$.

2. Одеродити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $p: \frac{x-2\sqrt{3}}{0} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$ и нормална је на раван $\beta: 4\sqrt{3}x + 2y - 3z - 2015 = 0$.

3. Детаљно испитати функцију $f(x) = \mathrm{arctg}\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ и скицирати њен график.

4. Израчунати $\displaystyle\int_1^{e^2} \ln^2 x\mathrm{d}x$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 1 2015.године

1. Одредити реални део, имагинарни део, модуо и аргумент комплексног броја $z = \frac{-1+\mathrm{i}\sqrt{3}}{1-\mathrm{i}}$.

2. Дата је раван $\alpha: y + 2z - 1 = 0$ и праве $p: \frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{2}$ и $q: \frac{x+8}{-3} = \frac{y+9}{-3} = \frac{z-10}{4}$. Ако је тачка $A$ пресек праве $p$ и равни $\alpha$,тачка $B$ пресек праве $q$ и равни $\alpha$, тачка $C$ пресек правих $p$ и $q$ и тачка $D(6,1,2)$, одредити запремину тетраедра $ABCD$.

3. Детаљно испитати функцију $f(x) = x^2e^x$ и скицирати њен график.

4. Одредити површину ограничену кривама $x = y^2$ и $x^2 + 3y^2 = 4$.

МАТЕМАТИКА 1 – јул 2015.године

1. Одредити жижу, директрису и теме параболе $y = (x+2)^2$. Скицирати!

2. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n$, а затим испитати конвергенцију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ ако је:

   (а) $a_n = n\left(e^{-\frac{2}{n}} - 1\right)$ (б) $a_n = (-1)^{n+1}(\sqrt{2n} - \sqrt{2n-1})$.

3. Дата је функција $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$.

   а) Детаљно испитати функцију $f(x)$ и скицирати њен график.

   б) Представити функцију $f(x)$ Тејлоровим полиномом 2. степена у околини тачке $x_0 = 1$.

   ц) Израчунати запремину тела добијеног ротацијом криве $y = f(x)$, $x \in [1,2]$ око $x$-осе.

МАТЕМАТИКА 1 – јун 2015.године

1. Представити комплексан број у Ојлеровом запису $z = \left(\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}\right)^5$.

2. Одредити једначину равни $\alpha$ која је нормална на раван $\beta: 2x-y+5z-1 = 0$ и садржи праву $p: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{0}$, а затим одредити параметарску једначину праве $q = \alpha \cap \beta$.

3. Детаљно испитати функцију $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ и скицирати њен график.

4. Израчунати вредност одређеног интеграла $\displaystyle\int_0^{\pi} 2^x \sin x\, dx$.

## МАТЕМАТИКА 1 – фебруар 2015.године

1. Решити једначину $z^5 + \frac{\sqrt{3}+3i}{5}$ .
2. Наћи граничну вредност функција:
   а) $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{3-x+x^2}-\sqrt{2+5x+x^2})$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-e^x}{\sin\frac{2x}{5}}$
3. Написати једначину праве $n$ која садржи тачку $A(1,2,-1)$ и нормална је на раван $\alpha: 2x+y-5z+7=0$.
4. Испитати апсолутну и условну конвергецију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(1+\cos\frac{1}{n}\right)$.
5. Испитати непрекидност функције

$$f(x)=\begin{cases} e^{3x^2+x}, & x\in\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\\ 2+\sin\frac{3\pi x}{2}, & x\in\left[-\frac{1}{3},0\right]\\ \ln\left(x^3+e\right), & x\in(0,2]\\ \frac{1}{x^2-4x+4}+1, & x\in(2,+\infty)\end{cases}$$

   у тачкама $x_1=-\frac{1}{3},\ x_2=0,$ и $x_3=2$. Одредити тип прекида.
6. Детально испитати функцију $f(x)=e^{-x}\sqrt{x-2}$ и скицирати њен график.
7. Израчунати интеграл $\int\frac{dx}{x^3+8}$.
8. Одредити запремину тела насталог ротацијом криве $x=y^2+1,\ x+y=3$ око $y$-осе.

## МАТЕМАТИКА 1 – јануар 2015. године

1. Одредити $Re\,z$, $Im\,z$, $|z|$ и $\bar{z}$ ако је

   (а) $z=e^{3-\frac{\pi(1-\mathrm{i}\sqrt{3})\mathrm{i}}{6}}$. (б) $z=\frac{2\mathrm{i}+1}{3\mathrm{i}-5}$,

2. Дате су права $p: \frac{x+1}{0}=\frac{y}{-3}=\frac{z-1}{3}$ и раван $\alpha: 2x-2y+z-2=0$. Одредити тачку продора $M$ праве $p$ кроз раван $\alpha$, а затим одредити раван $\beta$ која садржи тачу $M$ и нормална је на праву $p$. Колики угао заклапају равни $\alpha$ и $\beta$?
3. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $(x-2)^2-4(y+1)^2=1$.
4. Испитати конвергецију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n-3}{n+3}\right)^{n(n-2)}$.
5. Одредити константу $a$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у $x_0=0$.

$$f(x)=\begin{cases}\ln(\sqrt{1+x^2}-x) & x<0;\\ 1-e^{\sin(\ln(x^4+a))}, & x\geq 0.\end{cases}$$

   Представити функцију $f(x)$ Тејлоровим полиномом 2. степена у околини тачке $x_0=-1$.
6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\frac{3x^2}{\ln x}$.
7. Израчунати $\int(x^2+3)\ln^2 x\,\mathrm{d}x$.
8. Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y=|x+1|-2,\ y=(x+1)^2-4$.

**Matematika 1 - drugi kolokvijum** **15.01.2015.**

1. Одредити константу $a$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у $x_0=0$.

$$f(x)=\begin{cases}\ln(\sqrt{1+x^2}-x) & x<0;\\ 1-e^{\cos(\ln(x^4+a))}, & x\geq 0.\end{cases}$$

   Представити функцију $f(x)$ Тејлоровим полиномом 2. степена у околини тачке $x_0=-1$.

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$.

3. Израчунати $\displaystyle\int (x^2+4)\ln^2 x \,\mathrm{d}x$.

4. Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y = |x+1| - 2,\; y = (x+1)^2 - 4$.

**Matematika 1 - prvi kolokvijum** **22.11.2014.godine**

1. Одредити $Re\, z$, $Im\, z$, $|z|$ и $\bar{z}$ ако је

   (а) $z = e^{2 - \frac{\pi(1-\mathrm{i}\sqrt{5})\mathrm{i}}{3}}$. (б) $z = \frac{3\mathrm{i}+5}{2\mathrm{i}-1}$,

2. Математичком индукцијом показати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи $n! \le n^n$.

3. Дате су права $p: \frac{x+1}{0} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{3}$ и раван $\alpha: 2x - 2y + z - 2 = 0$. Одредити тачку продора $M$ праве $p$ кроз раван $\alpha$, а затим одредити раван $\beta$ која садржи тачу $M$ и нормална је на праву $p$. Колики угао заклапају равни $\alpha$ и $\beta$?

4. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $9(x-2)^2 - (y+1)^2 = 1$.

5. Нека је $a_n = \frac{\sin(1/n)}{\sqrt{n}}, n \in \mathbb{N}$. Одредити $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$. Испитати апсолутну и условну конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$.

# 6 МАТЕМАТИКА 1 - 2013/2014

МАТЕМАТИКА 1 – октобар, 2014.године

1. Нека је $a_n = \left(\frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}-1}\right)^{2\sqrt{n}}$, $n \in \mathbb{N}$. Израчунати $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$. Да ли ред $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира и зашто?

2. Написати једначину хиперболе чије су асимптоте праве $p: y = 2x$ и $q: y = -2x$, а права $t: 6x - 5y + 8 = 0$ је њена тангента.

3. Одредити асимптоте функције $f(x) = \frac{x}{1-e^x}$.

4. Парцијалном интеграцијом израчунати $\int x\cos(\ln x)\,dx$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 3, 2014.године

1. Испитати монотоност низа $a_n = \frac{2n}{n-1}$.

2. Написати једначину равни $\alpha$ која садржи тачку $A(1,0,4)$ и нормална је на праву $n: y - z - 5 = 0, 2x + y + 7 = 0$.

3. Наћи интервале закривљености и превојне тачке функције $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$.

4. Осенчити и израчунати површину равног лика ограниченог кривама $x^2 + y^2 = 1,\; y = -1$ и $4y = 4 - x^2$.

МАТЕМАТИКА 1 – септембар 2, 2014.године

1. Решити једначину $z^5 = \frac{3}{2}(\sqrt{3} + \mathrm{i})$.

2. Одредити граничне вредности:

$$\text{(а)}\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-1}{n^2-3}\right)^{-3n^3}, \qquad \text{(б)}\ \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}\right).$$

3. Одредити вредност константе $A$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x > 0 \\ A, & x = 0 \\ \frac{2\operatorname{tg} x}{x}, & x < 0. \end{cases}$$

4. Израчунати $\int \dfrac{3t^2+2t-7}{(t-3)(t^2+4)}\mathrm{d}t$.

## МАТЕМАТИКА 1 – септембар 1, 2014.године

1. Испитати конвергенцију реда $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(2n-1)2n(2n+1)(2n+2)}}$.
2. Дате су праве $a : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-10}{5}$ и $b : \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{0} = \frac{z-7}{1}$. Доказати да се праве $a$ и $b$ секу. Одредити растојање пресечне тачке од равни $\gamma : 2x - y - 2z - 8 = 0$.
3. Одредити извод (по $x$) параметарски задате функције $x = 6t + 2\sin 3t$, $y = 4\sin^2 \frac{3}{2}t$.
4. Дата је функција $f(x) = \frac{2x^3-5x^2+14x-6}{4x^2}$.
   (а) Одредити асимптоте графика функције $f(x)$.
   (б) Одредити локалне екстемуме фунције $f(x)$ и интервале на којима функција расте односно опада.

## МАТЕМАТИКА 1 – јул 2014.године

1. Наћи граничну вредност функција:
   а) $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{2+3x+x^2})$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x-1}\right)$.
2. Наћи једначине тангенти на параболу $y = x^2$ у пресечним тачкама са правом $p: \ x - y + 2 = 0$.
3. Израчунати извод имплицитно задате функције $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{4}} = 1$.
4. Израчунати интеграл $\int \frac{x^3+1}{x^2-4}dx$.

## МАТЕМАТИКА 1 – јун 2014.године

1. Решити једначину $z^5 = 1 - i\sqrt{3}$.
2. Написати једначину праве $p$ која је нормална на раван $\alpha : 2x + y + 2z = 0$ и садржи тачку $S(1, -9, -1)$. Одредити тачку продора праве $p$ кроз раван $\alpha$.
3. Детаљно испитати функцију $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+3x-4}}$ и скицирати њен график.
4. Израчунати површину фигуре ограничене кривама $x = y$ и $x = y^3$.

**Matematika 1 - februar 2014.** **13.02.2014.**

1. Математичком индукцијом показати да за сваки природан број $n$ важи $6 \mid 5(n^3 - n + 2\cdot 5^{n-1}) + 2^{n+2}$.
2. Одредити граничне вредности: (а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-1} - \sqrt[3]{x^3+1}}{2x}$, (б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{\operatorname{tg}\frac{x}{3}}$.
3. Одредити раван $\alpha$ која заклапа једнаке углове са равнима $\beta : x + 2y - 2z + 2 = 0$ и $\gamma : 2x + y + 2z - 5 = 0$ и садржи пресечну праву.
4. Испитати конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{n-3}{n-1}\right)^{(n-2)(n-4)}$.
5. Одредити извод (по $x$) параметарски дате фунције $x(t) = 3t - \sqrt{2}\sin 2t$, $y(t) = \frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos 2t$.

6. (а) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = 3\sin\frac{x}{2}$.
   (б) Израчунати површину лика у равни ограниченог кривама $y = f(x)$ и $y = -\sqrt{2\pi x - x^2}$.
   (в) Израчунати запремину тела добијеног ротацијом лика у равни ограниченог кривама $y = f(x)$ и $y = 0$ око $y-$ осе.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \sin^3 2x \cos^2 x \, dx$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7**

**Matematika 1 - februar 2014.** **13.02.2014.**

1. Математичком индукцијом показати да за сваки природан број $n$ важи $6 \mid 2^{n+2} + 5(n^3 - n + 2\cdot 5^{n-1})$.

2. Одредити граничне вредности: (а) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-1} - \sqrt[3]{x^3+1}}{2x}$, (б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{\operatorname{tg}\frac{x}{7}}$.

3. Одредити раван $\alpha$ која заклапа једнаке углове са равнима $\sigma : x + 2y - 2z + 1 = 0$ и $\pi : 2x + y + 2z - 6 = 0$ и садржи пресечну праву.

4. Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \left(\dfrac{n-3}{n-1}\right)^{(n-2)(n-4)}$.

5. Одредити извод (по $x$) параметарски дате фунције $x(t) = 3t - \sqrt{3}\sin 5t$, $y(t) = \frac{3}{5} - \sqrt{3}\cos 5t$.

6. (а) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = 3\sin\frac{x}{2}$.
   (б) Израчунати запремину тела добијеног ротацијом лика у равни ограниченог кривама $y = f(x)$ и $y = 0$ око $y-$ осе.
   (в) Израчунати површину лика у равни ограниченог кривама $y = f(x)$ и $y = -\sqrt{2\pi x - x^2}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \sin^3 x \cos^2 2x \, dx$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7**

МАТЕМАТИКА 1 – јануар 2014.године

1. а) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = e^{\sqrt{3} + \frac{43\pi}{6}i}$.
   б) Решити једначину $z^6 + \frac{2}{1+i} = 0$ .

2. Наћи граничну вредност функција:
   а) $\lim\limits_{x\to-3} \frac{\sqrt{x^2-2x-6} - \sqrt{x^2+2x+6}}{x^2+4x+3}$ б) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{5x^2 - \sin 3x}{x^2+100}$

3. Написати једначину праве која припада равни $\alpha : x + z = 0$, садржи тачку $S(3, -17, -3)$ и са равни $\beta : 2x + y + z = 0$ заклапа угао $\frac{\pi}{6}$.

4. Испитати конвергенцију реда са позитивним члановима $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos\dfrac{1}{n}\right)$

5. Испитати непрекидност функције
$$f(x) = \begin{cases} e^{3x+4}, & x \in \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right) \\ \cos 3\pi x, & x \in \left[-\frac{4}{3}, 0\right] \\ \ln(x+e) - 2, & x \in (0, 5] \\ \frac{1}{x-5} + 1, & x \in (5, +\infty) \end{cases}$$
   у тачкама $x_1 = -\frac{4}{3}$, $x_2 = 0$, и $x_3 = 5$. Одредити тип прекида.

6. Детаљно испитати функцију $f(x) = \ln\left(\frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}\right)$ и скицирати њен график.

7. Израчунати интеграл $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x + \sin^4 x} dx$.

8. Одредити запремину тела насталог ротацијом криве $y = \sqrt{x-1}$, $y = 0$, $x + y = 3$ око праве $y = 2$.

**Studenti koji polazhu prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - drugi kolokvijum** **25.01.2014.**

1. Одредити константу $a$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x=0$.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\operatorname{tg}^2 3x}{\sqrt{4-x^2}-2}, & x<0;\\ a\cos\pi x-24(x+2), & x\geq 0.\end{cases}$$

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\sqrt{x^2-6x+5}+3$.

3. Израчунати $\displaystyle\int\frac{3x^2+4x+17}{x^3+x^2-5x-21}\mathrm{d}x$.

4. Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y=\frac{2}{x^2+1}$ и $y=3-2x^2$.

5. Израчунати вредност несвојственог интеграла $\displaystyle\int_0^\infty e^{-x}\cos x\mathrm{d}x$.

**Matematika 1 - prvi kolokvijum** **30.11.2013**

1. Одредити $Re\, z$, $Im\, z$, $|z|$ и $\bar{z}$ ако је

(а) $z=\frac{2\mathrm{i}-1}{3\mathrm{i}+2}$, (б) $z=(\sqrt{3}-\mathrm{i})^{41}$.

2. Математичком индукцијом показати да за свако $n\in\mathbb{N}$ важи $9|4^n+6n-1$.

3. Одредити продор праве $p$ кроз раван $\alpha: 3x-4y+5z-25=0$, ако права $p$ садржи тачку $P(7,-9,11)$ и паралелна је са правом $q:\frac{x-30}{2}=\frac{y-11}{-2}=\frac{z-2013}{3}$.

4. Дата је парабола $(y-3\sqrt{3})^2=12(x+3)$. Одредити једначину тангенте $t$ на параболу у тачки $A(-2,\sqrt{3})$. Колики угао заклапа тангента $t$ са правом $AF$ ако је $F$ жижа параболе?

5. Испитати апсолутну и условну конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\sqrt{n+2}-\sqrt{n})$.

# 7 МАТЕМАТИКА 1 - 2012/2013

**Matematika 1 - oktobar 2013** **11.09.2013.**

1. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+2}{n^2-4n+5}\right)^{2n+3}$.

2. Одредити (све) пете корене из $z=\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$.

3. Одредити једначину тангенти на хиперболу $\frac{x^2}{15}-\frac{y^2}{6}=1$, које су паралелне правој $x+y-2013=0$.

4. Испитати конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n(2n)!!}{((n+1)!)^2(2n+3)}$.

5. Одредити вредност константе $C$, тако да $f$ буде непрекидна функција.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt[3]{1-\frac{x}{2}}}{2x}, & x<0;\\ C, & x=0;\\ \frac{\ln(1+4x)}{1-e^{3x}}, & x>0.\end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(t)=\frac{t+2}{t^2-5}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\displaystyle\int\frac{t^2-5t-10}{t^3-2t^2+4t-8}\,\mathrm{d}t$.

8. Одредити вредност одређеног интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 2x \, \mathrm{d}x$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - septembar 3 2013** **23.09.2013.**

1. Математичком индукцијом доказати да за све природне бројеве $n \geq 0$ важи $9 | n4^{n+1} - (n+1)4^n + 1$.
2. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $(1 + \cos\frac{3\pi}{5} + \mathrm{i}\sin\frac{3\pi}{5})^{103}$.
3. Дате су праве $p : \frac{x-9}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ и $q : \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+7}{9}$. Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $q$ и паралелна је правој $p$. Одредити нормалу $n$ из тачке $M(1, -2, 4)$ на раван $\alpha$.
4. Испитати конвергецију реда $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n!+2}{n!}\right)^{n2^{-n}(2n)!!}$.
5. Израчунати граничну вредност $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$.
6. Испитати ток и скицирати график функције $f(t) = \ln \frac{t-1}{t+2}$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{6x^5 - 9x^2}{x^6 - x^3 + 1} \, dx$.
8. Израчунати вредност несвојственог интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-2|x|} \, dx$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - septembar 2013** **28.08.2013.**

1. Математичком индукцијом доказати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1)$.
2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(1 + \cos\frac{10\pi}{9} + \mathrm{i}\sin\frac{10\pi}{9}\right)^{288}$.
3. Дате су тачке $A(1, 4, 6)$, $B(2, 0, 3)$ и права $p : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{-2}$. Да ли су праве $AB$ и $p$ мимоилазне? Колико је растојање између њих?
4. Испитати условну и апсолутну конвергецију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n^3+1}{n^3}\right)^{n-2n^4}$.
5. Испитати непрекидност функције $f(x)$ у тачки $x = 0$ и одредити тип прекида.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}, & x < 0; \\ 3, & x = 0; \\ (1 + x^2)^{\operatorname{ctg}^2 x}, & x > 0. \end{cases}$$
6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int (x^2 + 5x + 6) \cos 2x \, dx$.
8. Одредити површину лика у равни ограниченог кривама $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 1 + \frac{2}{\pi}x$ и $x-$ осом.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - jul 2013** **03.07.2013.**

1. Израчунати $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3n+1)(2+\cos\frac{n\pi}{3})}{3^n+1}$.

2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(1 - \frac{\sqrt{3}-\mathrm{i}}{2}\right)^{24}$.

3. Одредити једначину елипсе са центром у координатном почетку која додирује праве $6x + y - 20 = 0$ и $-2x + 3y - 20 = 0$. Одредити жиже и ексцентрицитет добијене елипсе.

4. Испитати конвергецију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(3n)!(4n+3)}{5^n((2n+1)!!)^2}$.

5. Израчунати граничне вредности

   (а) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\operatorname{ctg}\frac{\pi x}{2}}{1-x}$ (б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+\frac{x}{2})^{\sqrt{3}}}{\sin 3x}$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(t) = t^2 \ln t$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \dfrac{4t^2+5t+7}{t^3+t^2+2t+2}\, dx$.

8. Израчунати несвојствени интеграл $\int_0^\infty xe^{-2x}\, dx$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - jun 2013** **24.06.2013.**

1. Математичком индукцијом показати да за сваки природан број важи $24 \mid n(n+1)(n+2)(n+3)$.

2. Одредити четврте корене из комплексног броја $z = -81$.

3. Испитати узајамни полжај правих $p: x = 1+4t,\ y = 2-2t,\ z = 4+6t$ и $q: \frac{x-4}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-12}{1}$.

4. Испитати конвергецију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!^2(3n+1)}{2^n(2n)!!(2n+3)}$.

5. Одредити вредност константе $C$, тако да $f$ буде непрекидна функција.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{6(e^x-1)}, & x < 0; \\ C, & x = 0; \\ \frac{\ln(1+3x^2)}{9x^2}, & x > 0. \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x-2)e^{4x-x^2}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \left(\sin^3 x \cos^2 x + \sin^2 x \cos^3 x\right) dx$.

8. Дата је елипса $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$. Одредити запремину тела које настаје ротацијом елипсе око:

   (а) $x-$ осе

   (б) $y-$ осе

   Које од ова два тела има мању запремину?

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - februar 2013** **19.02.2013.**

1. Математичком индукцијом показати да за сваки природан број важи $24 \mid (2n+1)^3 - (2n+1)$.

2. Одредити четврте корене из комплексног броја $z = \frac{1}{1-\mathrm{i}\sqrt{3}}$

3. За коју вредност параметра $p$ је права $2x - y + p = 0$ нормална на елипсу $3x^2 + 4y^2 = 48$.

4. Испитати конвергецију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}(\sqrt{n+5}-\sqrt{n})^2}$.

5. Израчунати $\lim_{x\to 0} \frac{2x^3(\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-1)}{\operatorname{tg} 2x}$.

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln(x^2-1) + \frac{1}{x^2-1}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{dt}{(t^2-4t+8)^2}$.

8. Израчунати Запремину тела које настаје ротацијом око $y-$ осе лика у равни ограниченог кривама $3y = 9 - x^2$ и $x + y = 3$

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - januar 2013** **06.02.2013.**

1. Доказати да за три произвољна скупа $A$, $B$ и $C$ важи једнакост $(A\triangle B)\times C = (A\times C)\triangle(B\times C)$.

2. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $(\mathrm{i}-\sqrt{3})^{213}$.

3. Дата је права $p$ као пресек равни $3x-4y-5z+11=0$ и $x-z+5=0$. Ордердити једначину равни која је нормална на $p$ и удаљена је за 3 од тачке $M(-2,1,3)$.

4. Испитати конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!!}{e^n(n+2)!}$.

5. Израчунати:

   (а) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \big(\frac{1}{\sin x} - \operatorname{ctg} x\big)$;

   (б) леви и десни лимес функције $h(x) = [2+\ln x]$ у тачки $x = e$.

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{\cos x}{2+\sin x}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\displaystyle\int \frac{dx}{4+5\cos x}$.

8. Израчунати интеграл $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} e^{3x}\sin 4x\, dx$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - drugi kolokvijum** **19.01.2013**

1. Одредити константу $K$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{1+3x}, & x<0 \\ K, & x=0; \\ \frac{1+\ln(1+x)}{1+x}, & x>0. \end{cases}$$

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = xe^{-x^2}$.

3. Израчунати интеграл $\displaystyle\int \ln^2 x\, dx$

4. Израчунати интеграл $\displaystyle\int_0^1 \frac{5t^2+3t+7}{t^3+2t^2+3t+6}\, dt$

5. Одредити површину лика у равни ограниченог кривама $x=0$, $y=2-x$ и $y=-\sqrt{x}$.

**Matematika 1 - drugi kolokvijum** **19.01.2013**

1. Одредити константу $A$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-2x}, & x < 0 \\ A, & x = 0; \\ \frac{1+\sin x}{1+x}, & x > 0. \end{cases}$$

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = xe^{-x^2}$.

3. Израчунати интеграл $\displaystyle\int \ln^2 x\, dx$

4. Израчунати интеграл $\displaystyle\int_0^1 \frac{5t^2 - 3t + 7}{t^3 - 2t^2 + 3t - 6}\, dt$

5. Одредити површину лика у равни ограниченог кривама $x = 0$, $y = x - 2$ и $y = \sqrt{x}$.

**Matematika 1 - prvi kolokvijum** **24.11.2012.**

1. Одредити шесте корене из $\dfrac{1 - \mathrm{i}}{1 + \mathrm{i}\sqrt{3}}$.

2. Математичком индукцијом показати да за свако $n \geq 8$ важи $\sqrt{3^n} > n^2$.

3. Дате су тачке $A(1,1,1)$, $B(3,2,3)$, $C(2,4,0)$ и $D(2,2,-2)$. Доказати да су праве $AB$ и $CD$ мимилазне. Одредити растојање између правих $AB$ и $CD$.

4. Одредити једначине заједничких тангенти елипсе $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$ и параболе $y^2 = \frac{20}{3}x$.

5. Испитати конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + n - 1}{n^2 - n - 1}\right)^{n(\frac{n}{6}+3)}$.

**Matematika 1 - prvi kolokvijum** **24.11.2012**

1. Одредити шесте корене из $\dfrac{1 + \mathrm{i}}{1 - \mathrm{i}\sqrt{3}}$.

2. Математичком индукцијом показати да за свако $n \geq 8$ важи $\sqrt{3^n} > n^2$.

3. Дате су тачке $A(2,2,2)$, $B(4,3,4)$, $C(3,5,1)$ и $D(3,3,-1)$. Доказати да су праве $AB$ и $CD$ мимилазне. Одредити растојање између правих $AB$ и $CD$.

4. Одредити једначине заједничких тангенти елипсе $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$ и параболе $y^2 = \frac{20}{3}x$.

5. Испитати конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 3n + 1}{n^2 + n + 1}\right)^{n(\frac{n}{4}-5)}$.

# 8 МАТЕМАТИКА 1 - 2011/2012

**Matematika 1 - septembar 3 2012** **24.09.2012**

1. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}} - 1}{\sqrt{n^2 + 3} - n}$.

2. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{i})^{216}$.

3. Одредити једначину заједничке нормале мимоилазних правих $p : \frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-6}{2}$ и $q : \frac{x-8}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-8}{1}$.

4. Испитати апсолутну и условну конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4n+1}{2n(2n+1)}$.

5. Одредити извод функције

   (a) $f(x) = (\ln x)^{\operatorname{tg} x}$

   (б) $g(t) = \frac{\operatorname{arctg} t - t}{1+t^2}$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{3 + \ln 2(x-5)}{x-5}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\displaystyle\int \frac{x^3 - 20x + 37}{5 - 4x - x^2}\, dx$.

8. Одредити вредност одређеног интеграла $\displaystyle\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2}}$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - septembar 2 2012** **13.09.2012**

1. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n^4+1}{n^4-3}\right)^{3n^2}$.

2. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $(-3\sqrt{3} - 3\mathrm{i})^{913}$.

3. Одредити једначину елипсе са центром у координатном поцетку која додирује праве $x + y - 8 = 0$ и $x + 3y + 16 = 0$. Одредити жиже, кесцентрицитет и полуосе добијене елипсе.

4. Испитати конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (3n+2)}{(2n)!}$.

5. Одредити извод функције

   (a) $f(t) = (\operatorname{arctg} t)^t$

   (б) $g(t) = \frac{1+t\sqrt[3]{t}}{1-t\sqrt[3]{t}}$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x+3)^2 \ln(x+3)$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\displaystyle\int \sin^2 x \cos 2x\, dx$.

8. Одредити вредност неодређеног интеграла $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x\, dx$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - septembar 1 2012** **30.08.2012**

1. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{4n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{4n^2+2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{4n^2+2n}}\right)$.

2. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $(\mathrm{i}\sqrt{3} - 1)^{803}$.

3. Дате су праве $p : \frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1}$ и $q : \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}$. Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $q$ и паралелна је правој $p$. Одредити нормалу $n$ из тачке $M(1, 4, -2)$ на раван $\alpha$. Да ли је права $n$ нормална на $q$?

4. Испитати конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}-1)\ldots(\sqrt{n}-1)}$.

5. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x < 0; \\ \sin\frac{\pi}{2}x, & 0 \le x \le 1; \\ \frac{x \ln x}{1-x^2}, & x > 1. \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{\sin x}{2+\cos x}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\displaystyle\int (3x^2+2)\ln^2 x\, dx$.

8. Израчунати површину лика у равни ограниченог кругом $x^2+y^2=8$, параболом $y^2=2x$ и лежи у полуравни $x \geq 0$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

## Matematika 1 - jul 2012 — 06.07.2012

1. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{8\cos\frac{n\pi}{2}}{n^2+5}$.

2. Математичком индукцијом доказати да за све природне бројеве важи $9|8n^3+(2n+1)^3+8(n+1)^3$.

3. Дате су тачке $A(1,2,5)$, $B(3,0,-1)$, $P(1,1,-2)$ и $Q(4,6,2)$. Одредити једначину равни $APQ$. Која је запремина паралелепипеда разапетим векторима $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{PQ}$?

4. Испитати конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 3^n}{(4n-1)!!}$

5. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\operatorname{tg} 2x}, & x<0; \\ \frac{\ln(1+x)}{2x+5}, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}, & x>1. \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{x-5}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\displaystyle\int \frac{(4x^2-x+1)dx}{x^3+1}$

8. Израчунати површину ограничену графицима функција $y = |\frac{7}{4}-x|$ и $y = x^2-2x+\frac{1}{4}$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

## Matematika 1 - jun 2012 — 22.06.2012

1. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{(n+3)^3-(n-1)^3}{(2n+3)^2-4n^2}\right)$

2. Дат је комплексан број $z = 3\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\mathrm{i})$. Одередити модуо и аргумент комплексног броја $z$, као и $z^{4219}$.

3. Испитати узајамни полжај правих $p: x=-1+2t,\ y=3-t,\ z=1+3t$ и $q: \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$.

4. Испитати конвергецију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+3}{(2n+1)(n-2)}\right)^{\frac{n^2}{3}}$

5. Одредити извод функције
   (а) $f(x) = \operatorname{tg}(e^x+3x^2)$;
   (б) $g(t) = t^{\frac{3}{2}}\sin(-3t+4)\ln(t^2+2)$.

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \dfrac{(x+3)^2}{x-2}$.

7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\displaystyle\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\,\frac{dx}{x}$

8. Израчунати $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x \, dx$

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - februar 2012** **24.02.2012**

1. Одредити разику комплексних бројева $(-\frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2})^{2402}$ и $(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\mathrm{i}}{2})^{2012}$.
2. Израчунати $\lim_{n\to+\infty} \frac{6^{n+2} - n^3 3^n}{6^n + 2^{2n+1} - 3}$
3. Одредити тангенте на елипсу $4x^2 + 9y^2 = 12^2$ које су паралелне правој $2x - 3y + 25 = 0$, као и њихове додирне тачке.
4. Испитати конвергецију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!(4n-1)!!}$
5. Одредити граничну вредност $\lim_{x\to 0} \frac{2 - x^2 - 2\cos x}{x^4}$.
6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = e^2 - e^{x^2-3x+2}$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int \frac{3\sin x \, dx}{3\sin^2 x + 4\cos^2 x}$.
8. Израчунати $\int_1^4 (\ln 2x + 1)^2$.

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - januar 2012** **10.03.2012**

1. Израчунати $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 5}{n^2 + 3n + 2}\right)^{\frac{4n}{n^2+5}}$
2. Математичком индукцијом показати да за све природне бројеве $n \geq 2$ важи $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \ldots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$.
3. Дата је права $p: \quad \frac{x-1}{0} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$ и тачке $R(4,1,6)$, $S(0,2,3)$. Доказати да су праве $p$ и $RS$ мимоилазне, а затим одерити растојање између правих $p$ и $RS$.
4. Испитати условну конвергецију реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt{n+5} - \sqrt{n}\right)$
5. Испитати непрекидност функције $f(x)$ и одредити тип прекида

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+8}{x+2}, & x < -2. \\ -6x, & -2 \leq x \leq 0; \\ \frac{\sqrt{1+x}-1}{4x}, & x > 0; \end{cases}$$

6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \cos 2x + \cos x$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int e^{\frac{t}{2}} \sin 2t \, dt$
8. Дата је елипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Одредити запремину тела које настаје ротацијом елипсе око:
   (а) $x-$ осе
   (б) $y-$ осе

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - januar 2012** **06.02.2011**

1. Израчунати $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{n^2-3n+2}{n^2-5n+5}\right)^{\frac{4n}{n^2+1}}$
2. Математичком индукцијом показати да за природне бројеве важи $\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}+\frac{1}{\sqrt{n+1}}>\sqrt{n}$.
3. Дата је права $p:\quad \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{0}$ и тачке $M(6,1,4)$, $N(3,2,0)$. Доказати да су праве $p$ и $MN$ мимоилазне, а затим одерити растојање између правих $p$ и $MN$.
4. Испитати условну конвергецију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\sqrt{n+3}-\sqrt{n}\right)$
5. Испитати непрекидност функције $f(x)$ и одредити тип прекида
$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{1+x}-1}{2x}, & x<0;\\ x+3, & 0\le x\le 1;\\ \frac{x^4-1}{x-1}, & x>1.\end{cases}$$
6. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\sin 2x+\sin x$.
7. Одредити вредност неодређеног интеграла $\int e^{\frac{t}{2}}\cos 2t\,dt$
8. Дата је елипса $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Одредити запремину тела које настаје ротацијом елипсе око:
   (а) $x-$ осе
   (б) $y-$ осе

   Која од добијених запремина је већа?

**Studenti koji polazhu samo prvi deo rade zadatke 1,2,3 i 4**
**Studenti koji polazhu samo drugi deo rade zadatke 5,6,7 i 8**

**Matematika 1 - drugi kolokvijum** **23.01.2012**

1. Израчунати граничну вредност $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x^2}{x^2\sin x^2}$
2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\sqrt{x^2+5x+4}$.
3. Изра чунати интеграл $\int\dfrac{x^3-x+4}{x^4-1}\,dx$
4. Одредити површину лика у равни ограниченог кривама $y=x^2-4x$, $y=1-|x-1|$ и $x=-3$.
5. Израчунати вредност несвојственог интеграла $\int_1^{+\infty}(x^2+1)e^{-2x}\,dx$

**Matematika 1 - drugi kolokvijum** **23.01.2012**

1. Израчунати граничну вредност $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x^2}{x^2\sin x^2}$
2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x)=\sqrt{x^2-5x+4}$.

3. Израчунати интеграл $\int \frac{x^3+4x^2-x}{x^4-1}\, dx$

4. Одредити површину лика у равни ограниченог кривама $y = 4x - x^2$, $y = |x-1| - 1$ и $x = 3$.

5. Израчунати вредност несвојственог интеграла $\int_1^{+\infty} (x^2+1)e^{-3x}\, dx$

**Matematika 1 - prvi kolokvijum** **10.12.2011**

1. Доказати да за скупове $A, B \subseteq X$ важи $A \triangle B = A^C \triangle B^C$.

2. Математичком индукцијом показати да за свако $n \geq 0$ важи $19 | 7 \cdot 5^{2n} + 12 \cdot 6^n$.

3. Дате су тачке $A(1,0,0)$, $B(1,1,-1)$, $C(4,1,5)$ и $D(0,2,2)$. Одредити координате подножја нормале из $A$ на раван $BCD$. Израчунати запремину тетраедра $ABCD$.

4. Одредити једначину елипсе са центом у координатном почетку која додирује праве $x + 6y - 20 = 0$ и $3x - 2y - 20 = 0$. Одредити жиже и ексцентрицитет добијене елипсе.

5. Испитати конвергецију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt[n]{n} - \frac{(n+1)^2}{2n^2} \right)^{2n}$

# 9 МАТЕМАТИКА 1 - 2010/2011

**Matematika 1 - oktobar 2 2011** **26.09.2011**

1. (7.5п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned} x + 4y - z &= 0 \\ 6x - 6y + 4z &= 20 \\ 7x - 2y + 3z &= 20 \end{aligned}$$

2. (7.5п.) Израчунати извод функције

   (а) $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

   (б) $g(t) = te^{3t+1} \cos(t^2 - t)$

3. (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(t) = \frac{1-\ln t}{t^2}$.

4. (7.5п.) Израчунати $\int \frac{(x+5)dx}{x^2+8x+17}$ .

**Teorija**

1. (3 п.) Израчунати скаларни производ вектора $u = (-3, -1, 8)$ и $v = (4, -4, 1)$, а затим одредити угао који заклапају вектори $u$ и $v$.

   (4 п.) Дефинисати ексцентрицитет елипсе. Скицирати елипсу $25\,x^2 + 4\,y^2 = 100$, и израчунати њен ексцентрицитет.

   (5 п.) Дефинисати појам геометријског реда и дати услове његове конвергенције.

2. (12 п.) Формулисати и дати геометријски смисао Фермаовог става о нужним условима постојања екстремалне вредности диференцијабилне функције у тачки.

3. (16 п.) Формулисати, објаснити и доказати фундаменталну везу измеẹу неодреẹног и одреẹног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

**Matematika 1 - oktobar 2011** **22.09.2011**

1. (7.5п.) Испитати међусобни положај правих $p : \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-11}{2}$ и $q : \frac{x-1}{0} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{4}$.

2. (7.5п.) Израчунати граничне вредности

   (а) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{(n+2)^2 + (n-2)^2}{(2n+1)^3 - (2n-1)^3}$

   (б) $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\ln(1+t^2)}{1-\cos 2t}$

3. (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{4}{5-x}$.

4. (7.5п.) Израчунати $\displaystyle\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} \frac{\cos^2 \ln t}{t} dt$ .

**Teorija**

1. (3 п.) Израчунати растојање тачке $A(-3,-4)$ од праве $\pi ... \quad 3\,x + 4\,y - 5 = 0$.

   (4 п.) Дефинисати појам векторског простора и објаснити како се на $\mathbb{R}^3$ уводи структура векторског простора.

   (5 п.) Дефинисати појам непрекидности функције $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ у тачки $x_0$. Испитати да ли је функција $f(x) = |x|$ непрекидна у тачки $x_0 = 0$.

2. (12 п.) Формулисати и објаснити фундаменталну везу измеу неодреeног и одреeног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

3. (16 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме. Формулисати сва тврeња која користите у доказу Лагранжове теореме.

**Matematika 1 - septembar 2011** **02.09.2011**

1. (7.5п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned} x + 4y + 9z &= 8 \\ 6x + 4y + 10z &= 4 \\ 9x + y + 4z &= -5 \end{aligned}$$

2. (7.5п.) Израчунати извод функције

   (а) $f(t) = \sqrt[3]{1 + 2\ln t}$

   (б) $g(t) = \frac{e^{2t}}{3t+1}$

3. (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

4. (7.5п.) Израчунати површину ограничену кривама $x = 0,\ y = 0,\ x = \frac{11}{4}$ и $y = \frac{2}{3-x}$.

**Teorija**

1. (а) (3 п.) Испитати да ли су вектори $u = (-2,1,3)$ и $v = (2,2,1)$ меусобно нормални.

   (б) (4 п.) Дефинисати ексцентрицитет елипсе. Скицирати елипсу $4\,x^2 + 25\,y^2 = 100$.

   (в) (5 п.) Дефинисати појмове извода функције у тачки, као и појмове левог и десног извода функције у тачки. Да ли је функција $|x|$ диференцијабилна у тачки $x_0 = 0$ и да ли има леви и десни извод у у тачки $x_0 = 0$ ?

2. (12 п.) Формулисати и објаснити смисао Тејлорове теореме о развоју у ред $(n+1)-$пута диференцијабилне функције на некој околини тачке $x_0$.

3. (16 п.) Дефинисати неодреeни интеграл. Формулисати и доказати фундаменталну везу измеу неодреeног и одреeног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

**Matematika 1 - jul 2011** **08.07.2011**

1. (7.5п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned} x+y-z &= 3 \\ 3x+y-2z &= 4 \\ -x+3y-z &= 7 \end{aligned}$$

2. (7.5п.) Израчунати извод функције

   (а) $f(x) = \operatorname{tg}(x^3 - x)$

   (б) $x^4 \ln x$

3. (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2+8}{x-5}$.

4. (7.5п.) Израчунати интеграл $\displaystyle\int_0^2 (x^2 - 3x + 2)e^x dx$

**Teorija**

1. (3 п.) Израчунати скаларни проозвод вектора $u = (1, -3, 4)$ и $v = (2, 2, 1)$, а затим одредити угао који заклапају вектори $u$ и $v$.

   (4 п.) Дефинисати ексцентрицитет елипсе. Скицирати елипсу $9\,x^2 + 4\,y^2 = 36$.

   (5 п.) Дефинисати појмове лимеса и граничне вредности реалног низа. Објаснити разлику измеу лимеса и тачке нагомилавања низа на неком примеру.

2. (12 п.) Формулисати и објаснити фундаменталну везу измеу неодрееног и одрееног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

3. (16 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.

**Matematika 1 - jun 2011** **24.06.2011**

1. (7.5п.) Дате су тачке $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 4)$, $C(3, 1, 0)$ и $D(2, 0, 3)$. Одредити запремину паралелепипеда разапетог векторима $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{AD}$ и једначину равни $ABD$.

2. (7.5п.) Израчунати граничне вредности

   (а) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{x \operatorname{tg} x}$

   (б) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}\right)$

3. (7.5п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x+3}{x-4}$.

4. (7.5п.) Израчунати интеграл $\displaystyle\int \frac{2x dx}{x^2 - 1}$

**Teorija**

1. (3 п.) Написати формулу за растојање тачке $A(x_1, y_1)$ од праве $\pi \ldots \quad -x + 4\,y - 5 = 0$.

   (4 п.) Дефинисати појам векторског простора и објаснити како се на $\mathbb{R}^3$ уводи структура векторског простора.

   (5 п.) Дефинисати појам геометријског реда и дати услове његове конвергенције.

2. (12 п.) Формулисати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме.

3. (16 п.) Формулисати и доказати фундаменталну везу измеу неодрееног и одрееног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

**Matematika 1 - popravni kolokvijum 2** **17.04.2011.**

1. (2п.) Испитати конвергенцију реда
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{3^n}$$

2. (2п.) Наћи извод функције

   (а) $f(x) = \operatorname{arctg} e^x$

   (б) $g(x) = \frac{1+\cos x}{1+\sin x}$

3. (3п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$.

4. (2п.) Израчунати интеграл
$$\int 2xe^{x^2} dx$$

5. (3п.) Одредити вредност одређеног интеграла
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \cos x dx$$

**Teorija**

1. (2п.) Дефинисати извод функције у тачки.
2. (2п.) Формулисати и објаснити геометријски смисао Фермаове леме (о нужним условима егзистенције екстремних вредности диференцијабилне функције).
3. (4п.) Формулисати и доказати фундаменталну везу измеу неодреeног и одреeног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

**Matematika 1 - popravni kolokvijum 1** **17.04.2011.**

1. (3п.) Решити систем линеарних једначина
$$\begin{aligned} x+y-2z &= -1 \\ 2x-y+2z &= -4 \\ 4x+y+4z &= -2 \end{aligned}$$

2. (2п.) Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 1 & 7 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

3. (2п.) Дат је комплексн број $z = \frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$. Израчунати модуо и аргумент комплексног броја $z$, као и $z^{68}$.

4. (3п.) Дате су тачке $A(3,1,2)$, $B(4,3,3)$ и $C(3,0,5)$. Одредити

   (а) једначину равни $ABC$

   (б) угао између вектора $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$

5. (2п.) Одредити једначине тангенти на хиперболу $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$ из тачке $P(2,0)$

**Teorija**

1. (2п.) Дефинисати појам тачке нагомилавања низа.
2. (2п.) Објаснити како се на $\mathbb{R}^n$ уводи структура векторског простора.
3. (4п.) Дефинисати појам низа уметнутих интервала, формулисати и доказати Коши-Канторову теорему (о пресеку низа уметнутих интервала).

**Matematika 1 - februar 2011** **18.02.2011**

1. (6п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned} 4x - y + 9z &= 8 \\ 2x - 3y + 5z &= 2 \\ x - 9y + 4z &= -5 \end{aligned}$$

2. (6п.) Одредити једначину тангенте и нормале на елипсу $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{48} = 1$ у тачки $B(3, 2\sqrt{3})$.

3. (6п.) Испитати конвергенцију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{3n+1}{3n-2})^{-n^2}$

4. (6п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \operatorname{arctg}(1 + \frac{1}{x})$

5. (6п.) Израчунати интеграл $\int \frac{1}{(1+x)^2} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$.

**Teorija**

1. (а) (3 п.) Дефинисати појам векторског простора.
   (б) (3 п.) Написати формулу за растојање тачке $A(x_0, y_0)$ од праве $\pi ... \quad 2x - 3y + 4 = 0$.
   (в) (3 п.) Дефинисати лимес функције у тачки.
   (г) (3 п.) Дати пример низа који има 5 тачака нагомилавања.

2. (12 п.) Дефинисати појам уметнутих интервала и формулисати Кантор-Кошијеву теорему о пресеку уметнутих интервала.

3. (16 п.) Формулисати, доказати и дати геометријски смисао Фермаовог става о нужним условима постојања екстремалне вредности диференцијабилне функције у тачки.

**Matematika 1 - januar 2011** **04.02.2011**

1. (6п.) Решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned} x + 9y + 4z &= 8 \\ 3x + 5y + 2z &= 2 \\ 9x + 4y + z &= -5 \end{aligned}$$

2. (6п.) Дате су тачке $A(-1, 0, 1)$, $B(0, -1, 3)$ и права $q : \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{4}$. Одредити једначину праве $AB$, а затим испитати међусобни положај правих $AB$ и $q$.

3. (6п.) Без употребе лопиталових правила израчунати граничне вредности
   (а) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} (1 + \frac{1}{1+x^2})^{4x^2}$
   (б) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{e^x - 1}$

4. (6п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\sin x}{2+\cos x}$

5. (6п.) Одредити запремину тела које настаје ротацијом око $y$-осе лика ограниченог кривама $y = 3 - \frac{x^2}{3}$ и $x + y = 3$.

**Teorija**

1. (а) (3 п.) Дефинисати појам линеарне независности вектора.
   (б) (3 п.) Дефинисати скаларни производ и написати формулу за угао изме̣у два вектора $u$ и $v$.
   (в) (3 п.) Описати појам геометријског реда.
   (г) (3 п.) Дефинисати извод функције у тачки.

2. (12 п.) Формулисати и објаснити геометријски смисао Ролове теореме.

3. (16 п.) Дефинисати неодре̣ени интеграл. Формулисати и доказати фундаменталну везу изме̣у неодре̣еног и одре̣еног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

**Matematika 1 - popravni kolokvijum 2** **25.01.2011.**

1. (2п.) Испитати конвергенцију реда
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+5)(n+10)}{2^n}$$

2. (2п.) Наћи извод функције

   (а) $f(x)=\frac{x-\ln x}{x^2}$

   (б) $g(x)=x\sin(\ln x)$

3. (3п.) Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x)=xe^{-x}$.

4. (2п.) Израчунати интеграл
$$\int (x^2+3)e^{2x}dx$$

5. (3п.) Одредити вредност одређеног интеграла
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\cos x}{1+\sin^2 x}dx$$

**Teorija**

1. (2п.) Дати геометријски смисао извода функције у тачки.

2. (2п.) Формулисати Болцано-Кошијеву теорему за непрекидне функције.

3. (4п.) Дефинисати неодреени интеграл. Формулисати и доказати фундаменталну везу измеу неодреѐног и одреѐног интеграла (Њутн-Лајбницова формула).

**Matematika 1 - popravni kolokvijum 1** **25.01.2011.**

1. (3п.) Решити систем линеарних једначина
$$\begin{aligned} 2x+3y-z &= 1\\ x+7y+z &= -2\\ x+2y+4z &= 9\end{aligned}$$

2. (2п.) Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 25 & 1 & 20 & 11\\ 3 & 0 & -3 & 1\\ 1 & 1 & 2 & 1\\ -3 & -2 & 0 & -2\end{vmatrix}$.

3. (2п.) Дат је комплексн број $z=-1-\mathrm{i}\sqrt{3}$. Израчунати модуо и аргумент комплексног броја $z$, као и $z^{71}$.

4. (3п.) Дати су вектори $\overrightarrow{a}=(-3,0,2)$, $\overrightarrow{b}=(1,3,1)$, $\overrightarrow{c}=(0,-2,-5)$.

   (а) $||\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}||$

   (б) $\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{c}$

   (в) $[\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b},\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c},\overrightarrow{c}+\overrightarrow{a}]$

5. (2п.) Дата је права $s$ једначином $2x-5y+12=0$ и парабола $\eta: y^2=4x$. Одредити тангенте на параболу $\eta$ у пресечним тачкама са правом $s$.

**Teorija**

1. (2п.) Дефинисати лимес реалног низа.

2. (2п.) Дефинисати ексцентрицитет конике.

3. (4п.) Колико граничних вредности може имати конвергентан низ ? Објаснити разлику измеу граничне вредности и тачке нагомилавања низа.

**Matematika 1 - drugi kolokvijum** **15.01.2011.**

1. Испитати конвергенцију реда
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3(2n+1)!!}{((2n)!)^2}$$
2. Наћи извод функције
   (а) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+e^x}{1-e^x}$
   (б) $g(x) = \sqrt{1-x^2} \arcsin x$
3. Детаљно испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1+\ln x}{1-\ln x}$.
4. Израчунати интеграл
$$\int \frac{(1+x^2)dx}{x^4+x^2+1}$$
5. Одредити површину лика ограниченог кривама $y = \frac{x^2}{3}$ и $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$.

**Matematika 1 - prvi kolokvijum** **27.11.2010.**

1. Решити систем линеарних једначина
$$\begin{aligned} 4x+y+z &= 10 \\ 2x-7y+3z &= 10 \\ x+4y-z &= 0 \end{aligned}$$
2. Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & -4 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -5 & 4 \\ 5 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$.
3. Израчунати $(\sqrt{2} - \imath\sqrt{2})^{27}$
4. Дати су вектори $\overrightarrow{a} = (-1,1,0)$, $\overrightarrow{b} = (2,1,3)$, $\overrightarrow{c} = (1,1,1)$.
   (а) $||\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + 2\overrightarrow{c}||$
   (б) $\overrightarrow{c} \times \overrightarrow{a}$
   (в) $[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}, \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}]$
5. Дата је хипербола $\eta : \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ и елипса $\varepsilon : x^2 + \frac{y^2}{6} = 1$ и нека су тачке $F_1$ и $F_2$ жиже хиперболе $\eta$. Одредити координате тачака $F_1$ и $F_2$ и једначине тангенти из тачака $F_1$ и $F_2$ на елипсу $\varepsilon$.

**Teorija**

1. Навести дефиницију векторског простора.
2. Навести дефиницију граничне вредности низа.
3. Испитати конвергенцију геометријског реда

**Teorija**

1. (2 п.) Дефинисати извод функције у тачки.
2. (4 п.) Формулисати, доказати и објаснити геометријски смисао Лагранжове теореме о средњој вредности.
3. (2 п.) Формулисати Њутн-Лајбницову теорему о вези Римановог и неодређеног интеграла.

МАТЕМАТИКА 1 – 17.9.2010.године

1. (3п) а) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \frac{3+i^{227}}{1-i^{11}}$.
   (3п) б) Израчунати $\sqrt[4]{-1-i\sqrt{3}}$.

2. (6п) Свести једначину $7x^2 - 28x + 2y + 34 = 0$ на канонски облик, а затим одредити ексцентрицитет и координате жижа у оба система.

3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:
   (3п) а) $\lim\limits_{z\to+\infty}\left(\sqrt{z^2-5z+1}-z\right)$ (3п) б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x+\tan 5x}{x-\sin 2x}$

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x+2}, & x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \\ -\sin\frac{3\pi}{4}x, & x \in \left[-\frac{2}{3}, 0\right] \\ \ln(x+e)+2, & x \in (0,2) \\ \frac{1}{x-2}-1, & x \in (2,+\infty) \end{cases}$$

   у тачкама $x_1 = -\frac{2}{3},\ x_2 = 0,$ и $x_3 = 2$.

5. (6п) Израчунати угао између вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ ако је вектор $\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}$ нормалан на вектор $7\overrightarrow{a}-5\overrightarrow{b}$, а вектор $\overrightarrow{a}-4\overrightarrow{b}$ нормалан на вектор $7\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}$.

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int (2+x-5x^2)e^x dx$.

8. (10п) Израчунати запремину тела насталог ротацијом фигуре ограничене кривама $y = x^2,\ y = 2x$ и $2y = x^2$ око $Oy$-осе.

МАТЕМАТИКА 1 – 12.4.2010.године

1. (6п) Одредити $\sqrt[5]{\frac{2-2i}{1+i}}$.

2. (6п) Изометријском трансформацијом свести једначину криве $3x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0$ на канонски облик. Одредити координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.

3. (6п) Нађи граничну вредност функције $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{1-5x+x^2}+x)$.

4. (6п) Испитати непрекидност функције $f$ и одредити тип прекида, а затим наћи $(g\circ f)(x),\ f(g(x))$ и $g^{-1}(x)$:
   $f(x) = \begin{cases} x\sin\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$, $\quad g(x) = e^{3x}+1$

5. (6п) Нека су дати вектори $\overrightarrow{a} = (3,\ -5,\ -1)$, $\overrightarrow{b} = (0,\ \frac{1}{5},\ 7)$ и $\overrightarrow{c} = (4,\ -\frac{2}{3},\ 8)$. Израчунати:

   а) $\left|-\frac{3}{2}\overrightarrow{c} - 5\overrightarrow{b} + 2\overrightarrow{a}\right|$ б) $\overrightarrow{c}\times\overrightarrow{b}$ в) $[\overrightarrow{b}, \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}]$

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = \frac{\ln x - 1}{|x|}$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int \cos^3 x \sin^2 x\, dx$.

8. (10п) Представити функцију $f(x) = (5+2x-x^2)e^{2x}$ Тејлоровим полиномом 4. степена у околини тачке $x = 2$.

МАТЕМАТИКА 1 – 12.2.2010.године

1. (6п) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = (-3-\sqrt{3}\imath)^{41}$.

2. (6п) Свести једначину $x^2 + 4xy - 2y^2 + 6 = 0$ на канонски облик. Одредити полуосе, ексцентрицитет и координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.

3. (6п) Наћи граничну вредност функције $\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sqrt{\cos t}-\sqrt[3]{\cos t}}{\tan^2 t}$.

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције $f(x)=\begin{cases}\frac{(1+x)^7-1}{x}, & x>0\\ 7+x, & x\le 0\end{cases}$.

5. (6п) Одредити једначину равни $\alpha$ која садржи праву $p:\frac{x-2}{0}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{1}$ и нормална је на раван $\beta: -5x+y-3z+1=0$.

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x)=\frac{e^x}{x+1}-1$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int\frac{x^2e^x}{(x+2)^2}\,dx$.

8. (10п) Израчунати запремину тела добијеног ротацијом фигуре ограничене кривама $xy=2$ и $(x-2)^2-y+1=0$ око $y-$осе.

МАТЕМАТИКА 1 – Други колоквијум, јануар 2010.

1. (10п) Детаљно испитати функцију $f(x)=\left(x^2-4x+3\right)e^x$ и скицирати њен график.

2. (10п) Израчунати интеграл $\int\frac{1-\sin x+\cos x}{1+\sin x-\cos x}\,dx,\ x\in(0,\pi)$.

3. (10п) Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y=|x+1|-2,\ y=(x+1)^2-4$.

4. (5п) Представити функцију $f(x)=\ln\left((2-x)(-1+2x)\right)$ Тејлоровим полиномом 3. степена у околини тачке $x_0=1$.

МАТЕМАТИКА 1 – 5.10.2009.године

1. (3п) а) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z=\left(\pi-\sqrt{3}\right)e^{2-\frac{17i\pi}{3}}$.
(3п) б) Израчунати $\sqrt[5]{-32}$ .

2. (6п) Свести једначину $x^2-7y^2-2x+14y-9=0$ на канонски облик. Одредити полуосе, екцентрицитет и координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.

3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функција:
(3п) а) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6})$ (3п) б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-e^{x}}{\sin\frac{x}{7}}$

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције

$$f(x)=\begin{cases}\ln|4x+1|, & x\in(-\infty,0)\\ \frac{\sin x}{2x}-\frac{1}{2}, & x\in[0,5]\\ (25-x^2)^{-1}+21, & x\in(5,+\infty)\end{cases}$$

у тачкама $x_0=0,\ x_1=5,\ x_2=-5$.

5. (6п) Написати једначину праве која садржи тачку $S(1,-5,2)$ и са равни $\alpha: x+4z=0$ заклапа угао $\frac{\pi}{6}$.

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x)=(x-3)e^{-x}$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int e^x\cos(x+1)\,dx$.

8. (10п) Развити функцију $f(x)=e^{2x}\sin x$ у Тејлоров полином 4. степена у околини тачке $x_0=0$.

# 11 МАТЕМАТИКА 1 - 2008/2009

МАТЕМАТИКА 1 – 24.9.2009.године

1. (3п) а) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z=1+\cos\frac{3\pi}{5}+i\sin\frac{3\pi}{5}$.
(3п) б) Израчунати $\sqrt[6]{-1+i\sqrt{3}}$.

2. (6п) Свести једначину $7x^2-28x+2y+34=0$ на канонски облик. Одредити полуосе, екцентрицитет и координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.

3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:
(3п) а) $\lim\limits_{t\to 3} \frac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}$ (3п) б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right)$

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције

$$f(x)=\begin{cases} e^{3x+2}, & x\in\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right) \\ -\sin\frac{3\pi}{4}x, & x\in\left[-\frac{2}{3},0\right] \\ \ln(x+e)+2, & x\in(0,2) \\ \frac{1}{x-2}-1, & x\in(2,+\infty) \end{cases}$$

у тачкама $x_1=-\frac{2}{3},\ x_2=0,\ $ и $x_3=2$.

5. (6п) Израчунати угао између вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ ако је вектор $\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}$ нормалан на вектор $7\overrightarrow{a}-5\overrightarrow{b}$, а вектор $\overrightarrow{a}-4\overrightarrow{b}$ нормалан на вектор $7\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}$.

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x)=x^2\ln x$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int\frac{dx}{2+x+2x^3+x^4}$.

8. (10п) Развити функцију $f(x)=\ln\left((1-x)(1+2x)\right)$ у Тејлоров полином 4. степена у околини тачке $x_0=0$.

## МАТЕМАТИКА 1 – 31.9.2009.године

1. (2п) а) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z=\sqrt{1+i\sqrt{3}}+\sqrt{2}e^{\frac{35i\pi}{6}}$.
(2п) б) Израчунати $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n+\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n,\ n\in\mathbb{N}$.
(2п) ц) Одредити $|z|$ и $\overline{z}$ ако је $z=\frac{i^5-2}{3i^4+i^3-5i^2+1}$.

2. (6п) Свести једначину $4x^2-9y^2-8x-18y-4=0$ на канонски облик. Одредити полуосе, екцентрицитет и координате жижа у оба система, а у случају хиперболе одредити једначине асимптота.

3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:
(3п) а) $\lim\limits_{t\to\infty}\left(\sqrt{(t+a)(t+b)}-t\right)$ (3п) б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x\sqrt{\cos 2x}}{x^2}$

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције $f(x)=\begin{cases} \frac{\sin x}{\sin 3x}, & x\neq 0 \\ \frac{\pi}{3}, & x=0 \end{cases}$.

5. (6п) Израчунати угао између вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ ако је вектор $\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}$ нормалан на вектор $7\overrightarrow{a}-5\overrightarrow{b}$, а вектор $\overrightarrow{a}-4\overrightarrow{b}$ нормалан на вектор $7\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}$.

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x)=\sqrt{2x^2-x+2}$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int\frac{dx}{1+\sin x}$.

8. (10п) Израчунати површину фигуре ограничене кривама $xy=2$ и $(x-2)^2-y+1=0$.

## МАТЕМАТИКА 1 – 16.6.2009.године

1. (2п) а) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z=\frac{i^7+2i-3}{3i^4-4i^3-5}$.
(2п) б) Израчунати $\sqrt[3]{\frac{1-i}{1+i\sqrt{3}}}$.
(2п) ц) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z=\sin\alpha+i\cos\alpha$.

2. (6п) Свести једначину $2x^2-8x+5y+3=0$ на канонски облик. Одредити полуосе, екцентрицитет и координате жижа у оба система. О којој кривој је реч?

3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:
(3п) а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{1-x+x^2}-\sqrt{1+x+x^2}\right)$ (3п) б) $\lim\limits_{\theta\to 0}\frac{\ln\frac{1+\theta}{1-\theta}}{\tan(1+\theta)-\tan(1-\theta)}$

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције $f(x)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$.

5. Нека су дати вектори $\overrightarrow{a} = (-1,\, 1,\, 0)$, $\overrightarrow{b} = (2,\, \frac{1}{4},\, -3)$ и $\overrightarrow{c} = (2,\, -12,\, -4)$. Израчунати:
(2п) а) $\left|\frac{1}{4}\overrightarrow{c} + 2\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}\right|$ (2п) б) $\frac{3}{5}\overrightarrow{a} \times 2\overrightarrow{c}$ (2п) ц) $(\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}) \cdot \overrightarrow{a}$

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int \frac{\sin t + \cos t}{\sqrt[3]{\sin t - \cos t}}\, dt$.

8. (10п) Израчунати запремину тела добијеног ротацијом фигуре ограничене кривама $xy = 6$ и $x+y-7=0$ око $y$-осе.

## МАТЕМАТИКА 1 – 11.2.2009.године

1. (2п) а) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = e^{2\pi - i\frac{17\pi}{6}}$.
(2п) б) Израчунати $\sqrt[4]{-1+i\sqrt{3}}$.
(2п) ц) Одредити $|z|$ и $\overline{z}$ ако је $z = \frac{i^{11}-2i+1}{2i^{12}+3i^3-5}$

2. (6п) Свести једначину $3x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0$ на канонски облик. Одредити полуосе, екцентрицитет и координате жижа у оба система.

3. Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:
(3п) а) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\sqrt{1-3x-x^3+3x^4}}{\left(2x+\frac{1}{2}\right)(1-x)}$ (3п) б) $\lim\limits_{\theta\to 0} \frac{\sin^3 \frac{\theta}{2}}{\tan^2 5\theta}\,\theta$

4. (6п) Испитати непрекидност и диференцијабилност функције $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{-\frac{1}{x}}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$.

5. (6п) Одредити растојање праве $p:\ x + 2y - 5 = 0,\ y + z - 1 = 0$ од равни $\alpha:\ x - 3y - 5y + 7 = 0$.

6. (15п) Детаљно испитати функцију $f(x) = (x-2)\ln\frac{x-2}{x-1}$ и скицирати њен график.

7. (10п) Израчунати интеграл $\int \frac{3x^2-3x-1}{x^3-2x^2+x-2}\, dx$.

8. (10п) Израчунати површину фигуре ограничене кривама $y^2 = 1 - x$ и $y = (x-1)^2$, а затим и запремину тела добијеног ротацијом ове фигуре око праве $x = 1$.

## МАТЕМАТИКА 1 – Други колоквијум, јануар 2009.

1. (10п) Детаљно испитати функцију $f(x) = |x|\, e^{-x^2}$ и скицирати њен график.

2. (10п) Израчунати интеграл $\int (x^2+4)\ln^2 x\, dx$.

3. (10п) Израчунати површину фигуре ограничене кривама $(x-1)^2 + y^2 = 1$, $y = x^2$ и $y = 2 - x$.

4. (5п) Представити функцију $f(x) = x\, \cos^2 2(x-1)$ полиномом 3. степена у околино тачке $x_0 = 1$.

## МАТЕМАТИКА 1 – Први колоквијум, децембар 2009.

1. (4п) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (-2+2i)^6 - 40\sqrt{3}\, e^{\frac{2\pi i}{3}}$.

2. (5п) Свести једначину криве $x^2 - 3y^2 - 2x - 12y - 10 = 0$ на канонски облик и одредити коју криву представља. Одредити полуосе, екцентрицитет и координате жижа у оба система.

3. (6п) Нека су дате функције:

$$f(x) = \begin{cases} \cos\frac{3\pi x}{4}, & x \in (-\infty, 0] \\ \ln(2 + \sqrt[3]{x^2-1}), & x \in (0, +\infty) \end{cases}, \qquad g(x) = e^{x-1} + 2$$

а) Испитати непрекидност функције $f$ и одредити типове прекида.
б) Испитати диференцијабилност функције $f$.

ц) Наћи $(g \circ f)(1)$ и $g^{-1}(x)$.

4. (3п) Нека су дати вектори $\overrightarrow{a} = (0,\ 2,\ -1)$, $\overrightarrow{b} = (1,\ \frac{1}{3},\ -1)$ и $\overrightarrow{c} = (-4,\ 6,\ 2)$. Израчунати:

   а) $\left|-\frac{1}{2}\overrightarrow{c} - 6\overrightarrow{b} + 2\overrightarrow{a}\right|$ б) $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{c}$ ц) $[\overrightarrow{c}, \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}]$

5. (3п) Одредити једначину праве $p$ која је паралелна са правом $a:\ x = t,\ y = 3,\ z = 3t - 1,\ t \in \mathbb{R}$, и садржи тачку $A(0, 1, -2)$.

6. (6п) Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функција:

   а) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x(x+2)} - x)$ б) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - e^{-x}}{\ln(1+x)}$

7. (3п) Наћи извод функције $f(x) = \sin(\ln(x^4 + 3))$.

## МАТЕМАТИКА 1 – Први колоквијум, децембар 2008.

1. (1п) а) Представити комплексни број $z = \frac{i^{18}}{2 - 3i^{-3}}$ у алгебарском запису и одредити $\overline{z}$.
   (2п) б) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (\sqrt{3}i - 3)^{2008}$.
   (2п) ц) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = e^{\frac{29\pi i - 5}{3}}$

2. (5п) Испитати непрекидност функције $f$ и одредити тип прекида, а затим наћи $(g \circ f)(x)$, $f(g(x))$ и $g^{-1}(x)$:
   $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$, $\quad g(x) = e^{3x} + 1$

3. (5п) Свести једначину криве $x^2 - xy + y^2 - 3x - 1 = 0$ на канонску облик. Одредити полуосе, екцентрицитет и координате жижа у оба система.

4. (3п) Нека су дати вектори $\overrightarrow{a} = (0,\ 2,\ -1)$, $\overrightarrow{b} = (3,\ \frac{1}{4},\ 5)$ и $\overrightarrow{c} = (-2,\ 12,\ -4)$. Израчунати:
   а) $\left|-\frac{1}{2}\overrightarrow{c} + 8\overrightarrow{b} + 2\overrightarrow{a}\right|$ б) $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ц) $(\overrightarrow{c} \times \overrightarrow{a}) \cdot \overrightarrow{b}$

5. (3п) Одредити параметар $\alpha$ тако да праве $p:\ \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+2}{1}$ и $q:\ \frac{x}{\alpha} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{1}$ заклапају угао $\frac{\pi}{4}$.

6. (5п) Не користећи Лопиталова правила, наћи граничну вредност функције:

   а) $\lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{3 - x + x^2} - \sqrt{2 + 5x + x^2})$

   б) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - 1}{e^{x^2} - 1}$

7. (4п) Наћи изводе следећих функција:
   а) $y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x})$ б) $y = \sin(\cos x)\cos(\sin x) + 2^{x^2 - 5}$