Биоматематика - први колоквијум **09.05.2015**

Теорија

1. (4 п.) Нека су дати скупови: $A = \{7, a, x\}$ и $B = \{x, 7\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:

   (а) $f : A \longrightarrow B$, која је $'1-1'$, (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и $'1-1'$ и 'на'.

   Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !

2. (3 п.) Дефинисати појам лимеса (граничне вредности) низа. Навести основну разлику између лимеса и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 5 различитих тачака нагомилавања.

3. (3 п.) Исказати и доказати Болцано-Кошијеву теорему. Користећи Болцано-Кошијеву теорему показати да полином $f(x) = x^5 - 3x^2 + 1$ има барем једну реалну нулу.

Задаци

1. Математичком индукцијом показати да за све природне бројеве важи: $2 + 7 + 14 + \ldots + (n^2 + 2n - 1) = \frac{1}{6}n(2n^2 + 9n + 1)$.

2. Испитати конвергенцију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-4}{3n+2}\right)^{\frac{(n+1)^2}{9}}$.

3. Одредити константу L тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{e^x - 1}, & x < 0; \\ L, & x = 0; \\ \frac{6\,\mathrm{tg}\,x}{\ln(1+3x)}, & x > 0. \end{cases}$$

4. Израчунати извод функције

   (а) $f(x) = \dfrac{\sin(2x+1)}{\ln(x+2)}$ (б) $g(x) = \mathrm{arctg}\, x^2 \cos x$

Биоматематика - први колоквијум **09.05.2015**

Теорија

1. (4 п.) Нека су дати скупови: $A = \{7, a, x\}$ и $B = \{x, 7\}$. Одредити Декартов производ скупова $A \times B$ и $B \times A$, као и њихов пресек. Навести по пример (барем једне) функције:

   (а) $f : A \longrightarrow B$, која је $'1-1'$, (б) $g : A \longrightarrow B$, која је 'на', (в) $h : A \longrightarrow A$ која је и $'1-1'$ и 'на'.

   Ако нека од функција под (а), (б) или (в) не постоји образложити одговор !

2. (3 п.) Дефинисати појам лимеса (граничне вредности) низа. Навести основну разлику између лимеса и тачке нагомилавања низа. Навести пример низа, ако такав постоји, који има тачно 5 различитих тачака нагомилавања.

3. (3 п.) Исказати и доказати Болцано-Кошијеву теорему. Користећи Болцано-Кошијеву теорему показати да полином $f(x) = x^5 - 3x^2 + 1$ има барем једну реалну нулу.

Задаци

1. Математичком индукцијом показати да за све природне бројеве важи: $2 + 7 + 14 + \ldots + (n^2 + 2n - 1) = \frac{1}{6}n(2n^2 + 9n + 1)$.

2. Испитати конвергенцију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-4}{3n+2}\right)^{\frac{(n+1)^2}{9}}$.

3. Одредити константу L тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{e^x - 1}, & x < 0; \\ L, & x = 0; \\ \frac{6\,\mathrm{tg}\,x}{\ln(1+3x)}, & x > 0. \end{cases}$$

4. Израчунати извод функције

   (а) $f(x) = \dfrac{\sin(2x+1)}{\ln(x+2)}$ (б) $g(x) = \mathrm{arctg}\, x^2 \cos x$