

Matematika 1

Zadaci za prvi kolokvijum

1 Skupovi

1.1. Dokazati da za skupove $A, B, C \subseteq X$ važi

- | | |
|---|--|
| (a) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ | (g) $A \cap X = A$ |
| (b) $A \cup B = B \cup A$ | (h) $A \cap A = A$ |
| (c) $A \cup \emptyset = A$ | (i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ |
| (d) $A \cup A = A$ | (j) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ |
| (e) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ | (k) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ |
| (f) $A \cap B = B \cap A$ | (l) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ |

1.2. Pokazati da za skupove $A, B, C \subseteq X$ važi

- $A \setminus B = A \setminus (A \cap B) = (A \cup B) \setminus B$
- $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$
- $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

1.3. Za skupove

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ i $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
- $A = [0, 2]$, $B = (1, 3] \cup \{5\}$ i $C = [0, 1] \cup (2, 4)$
- $A = (1, 3)$, $B = [1, 4)$ i $C = [2, 3] \cup \{1, -1\}$

izračunati

- $A \cup C$
- $B \cap C$
- $B \setminus A$
- $A \Delta (B \Delta C)$
- B^c , $X = A \cup B \cup C$

1.4. Odrediti partitivni skup skupa $A = \{a, b, c\}$

1.5. Dokazati da za skupove $A, B, C, D \subseteq X$ važi

- | | |
|--|---|
| (a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ | (c) $A \times C \cup B \times D \subseteq (A \cup B) \times (C \cup D)$ |
| (b) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ | (d) $A \times C \cap B \times D = (A \cap B) \times (C \cap D)$ |

2 Kompleksni brojevi

2.1. Predstaviti kompleksni broj u algebarskom zapisu:

$$(a) z = (2 - i)(2 + i)^2 - (3 - 2i) + 7$$

$$(c) z = \frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}$$

$$(b) z = \left(\frac{i^5+2}{i^{15}+1}\right)^2$$

$$(d) z = \frac{2+4i}{-3+5i}$$

2.2. Odrediti realni i imaginarni deo kompleksnog broja:

$$(a) z = \frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(c) z = \frac{\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$(b) z = \frac{1}{i+1}$$

$$(d) z = (1+i)^4$$

2.3. Predstaviti kompleksni broj u trigonometrijskom zapisu:

$$(a) z = -3$$

$$(c) z = 1 + i$$

$$(b) z = -i$$

$$(d) z = -1 + i\sqrt{3}$$

2.4. Odrediti moduo i argument kompleksnog broja:

$$(a) (-4 + 3i)^3$$

$$(b) 1 + \cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$$

2.5. Predstaviti kompleksni broj u algebarskom zapisu:

$$(a) z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^6$$

$$(c) z = \left(\frac{1+i}{\sqrt{3}-3i}\right)^{11}$$

$$(b) z = (\sqrt{2} - i\sqrt{2})^{20}$$

$$(d) z = (-\sqrt{3} - i)^7$$

$$(e) z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{12}$$

$$(f) z = e^{\sqrt{2} + \frac{125\pi i}{6}}$$

$$(g) z = e^{\sqrt{5} + 2 - \frac{2\pi i}{3}}$$

$$(h) z = e^{\frac{177\pi i}{4}}$$

2.6. Izračunati:

$$(a) \sqrt[4]{1}$$

$$(d) \sqrt[4]{-1 + i}$$

$$(b) \sqrt[3]{-1 - i\sqrt{3}}$$

$$(e) \sqrt[6]{-64}$$

$$(c) \sqrt[3]{i}$$

2.7. Predstaviti kompleksni broj u Ojlerovom zapisu:

$$(a) \frac{1+5i}{4-7i}$$

$$(c) \sqrt{3} + i$$

$$(b) \frac{2-i^3}{5-i+4i^2}$$

$$(d) \sqrt{2} + i\sqrt{2}$$

3 Matematička indukcija

3.1. Dokazati da za sve prirodne brojeve n važe sledeći iskazi

$$(a) 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(e) 1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}, x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$(b) 1 + 4 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(f) 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$(c) 1 + 8 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$(g) 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$(d) \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

3.2. Koristeći matematičku indukciju dokazati da je

$$(a) 7|2^{n+1} + 3^{2n-1}$$

$$(d) 7|11^{n+2} + 5^{2n+1}$$

$$(b) 9|n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$$

$$(e) 30|n^5 + 5n^3 - 6n$$

$$(c) 3|5^n + 2^{n+1}$$

$$(f) 64|3^{2n+3} + 40n - 27$$

3.3. Dokazati da za prirodne brojeve važe sledeće nejednakosti

$$(a) \frac{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (4n-1)}{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (4n+1)} < \sqrt{\frac{3}{4n+3}} \quad (d) (2n)! < \frac{(2n+2)^{2n+1}}{2n+1}$$

$$(b) 2^n > n^2, \text{ za } n \geq 5 \quad (e) \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n} < \sqrt{\frac{1}{3n+1}}$$

$$(c) \frac{4^n}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

3.4. Ako je niz zadat rekurentnom formulom $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$, $a_0 = 2$, $a_1 = 5$, dokazati da je za svako $n \geq 0$ $a_n = 2^n + 3^n$.

4 Analitička geometrija u prostoru

4.1. Neka su \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} jedinični vektori za koje važi: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. Izračunati $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle + \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle + \langle \vec{c}, \vec{a} \rangle$.

4.2. Izračunati intenzitet vektora $\vec{a} - \vec{b}$ ako je $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$ i $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$.

4.3. Ako je $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b})$ i $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$, odrediti ugao koji zaklapaju vektori \vec{a} i \vec{b} .

4.4. Dati su vektori $\vec{a} = p\vec{i} + q\vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$. Odrediti realne parametre p i q tako da vektori \vec{a} i \vec{b} budu ortogonalni, a vektor \vec{a} zaklapa ugao $\frac{\pi}{3}$ sa pozitivnim delom x-ose.

4.5. Odrediti parametar $p \in \mathbb{R}$ takav da vektor $\vec{a} = 2p\vec{i} + \vec{j} + (1-p)\vec{k}$ zaklapa jednake uglove sa vektorima $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j}$ i $\vec{c} = 5\vec{i} - \vec{j} + 8\vec{k}$.

4.6. Odrediti parametar $p \in \mathbb{R}$ takav da vektori $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = p\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\vec{c} = 9\vec{i} + 14\vec{j} + 16\vec{k}$ budu koplanarni.

4.7. Ispitati da li su vektori $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ koplanarni. Ako jesu, izraziti vektor \vec{c} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{b} .

4.8. Neka su dati vektori $\vec{a} = (-1, 0, 5)$, $\vec{b} = (2, -8, -4)$ i $\vec{c} = (-3, -2, 3)$. Izračunati:

$$(a) \|\frac{1}{2}\vec{b} - 3\vec{c}\|$$

$$(b) \vec{a} \times \vec{b}$$

$$(c) (\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}$$

$$(d) (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

$$(e) \text{proj}_{2\vec{b}}(\vec{a} - \vec{c})$$

4.9. Dati su vektori $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ i $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Odrediti realne parametre α , β i γ tako da važi $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma(\vec{a} \times \vec{b})$.

4.10. Date su tačke $A(2, 1, 0)$, $B(-1, 3, 3)$ i $D(1, 0, -5)$. Odrediti koordinate tačke C tako da četvorougao $ABCD$ bude paralelogram, a zatim izračunati njegovu površinu.

4.11. Da li su tačke $A(0, 1, -2)$, $B(3, -1, -1)$, $C(4, 0, -5)$ i $D(-2, -4, 0)$ koplanarne? Kolika je zapremina tetraedra $ABCD$?

4.12. Odrediti tačku prodora prave $p: \frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-5}{-4}$ kroz ravan $\alpha: 3x + y - 4z + 5 = 0$.

4.13. Odrediti rastojanje između prave $p: x + 1 = -2y + 6 = 2z + 4$ i ravni $\alpha: -x + 3y + 5z - 7 = 0$.

4.14. U kakvom položaju stoje prave p i q ?

$$(a) p: x = -1 + 2t, y = 3 - t, z = -5 + 3t, q: x = 2 + s, y = -3 + 4s, z = 3 - 2s, t, s \in \mathbb{R}$$

$$(b) p: \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}, q: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$$

$$(c) p: \begin{cases} x + 5y + z = 0 \\ x - z + 4 = 0 \end{cases}, \quad q: \frac{x+3}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{5}$$

4.15. Odrediti rastojanje izmedju mimoilaznih pravih

$$p: \frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z}{-1} \quad i \quad q: x = -2 + t, y = 4 - 3t, z = 2, t \in \mathbb{R}.$$

4.16. Odrediti jednačinu zajedničke normale mimoilaznih pravih $a: \frac{x}{-2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-1}{0}$ i $b: \frac{x-2}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-3}$

4.17. Odrediti jednačinu ravni koja sadrži tačku $P(5, -2, 1)$ i normalna je na pravu $q: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-4}{2}$.

4.18. Odrediti jednačinu prave koja sadrži tačku $P(5, -2, 1)$ i paralelna je pravoj $q: \frac{x+4}{-2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{1}$.

4.19. Odrediti jednačinu ravni koja sadrži pravu $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$ i normalna je na ravan $\alpha: 2x - 4y + z + 5 = 0$.

4.20. Odrediti jednačinu ravni koja sa ravni $\alpha: x - 4y - 8z + 12 = 0$ obrazuje ugao $\frac{\pi}{4}$ i sadrži pravu $p: x + y + z = 0, 2x - 2z + 3 = 0$.

5 Krive drugog reda

5.1. Naći poluose, žiže i ekscentricitet elipse

$$(a) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$(c) \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{12} = 1$$

$$(b) \frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{3} = 1$$

$$(d) x^2 + 10(y-1)^2 = 10$$

5.2. Naći poluose, žiže, ekscentricitet i asimptote hiperbole

$$(a) \frac{x^2}{16} - y^2 = 1$$

$$(c) y^2 - x^2 = 1$$

$$(b) \frac{(x-3)^2}{5} - \frac{(y+2)^2}{2} = 1$$

$$(d) \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

5.3. Odrediti tangentu na krivu iz date tačke

$$(a) \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1, A(2, 7).$$

$$(d) 3x^2 + 4y^2 = 48, A(6, 1).$$

$$(b) x^2 + 4y^2 = 20, A(-6, -1).$$

$$(c) \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1, A(2, -1).$$

$$(e) \frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{4} = 1, A(-3, 1).$$

5.4. Pokazati da središta paralelnih tetiva elipse (hiperbole) pripadaju jednoj pravoj koja sadrži centar elipse (hiperbole).

5.5. Naći žižu, teme i parametar p parabole.

$$(a) y^2 = 2x$$

$$(c) y^2 = -14x$$

$$(b) y^2 = 6x - 12$$

$$(d) y^2 = -5x + 4$$

5.6. Naći jednačine tangenti na parabolu $y^2 = 4x$ u presečnim tačkama sa pravom $p: 2x - 3y + 4 = 0$.

5.7. Odrediti zajedničke tangente krivih

$$(a) \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad i \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$$

$$(b) x^2 + y^2 = \frac{1}{2} \quad i \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$

5.8. Odrediti parametar p parabole $y^2 = 2px$ tako da je ona normalna na krug $k: x^2 + y^2 + 6x - 63 = 0$.

5.9. Odrediti jednačinu normale na krivu iz date tačke

(a) $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1, A(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

(b) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{48} = 1, B(\sqrt{2}, 6)$

5.10. Odrediti hiperbolu ako je prava $t: 5x - 6y - 8 = 0$ njena tangenta, a prave $a_{1,2}: y = \pm \frac{x}{2}$ su njene asimptote.

5.11. Odrediti jednačinu parabole ako je njena osa simetrije Ox - osa i prava $t: y = x - 3$ njena tangenta.

5.12. Krug k i parabola $y^2 = 12x$ u tački $T(3, 6)$ imaju zajedničku tangentu. Naći jednačinu kruga k ako on dodiruje Ox - osu.

5.13. Odrediti one tangente elipse $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ čiji je odsečak između koordinatnih osa prepolovljen dodirnom tačkom.

6 Nizovi

6.1. Dokazati po definiciji

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n - 2}{2n - 1} = \frac{3}{2}$

(c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{2}\right)^n$

(b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n} = 0$

(d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \log_2\left(1 + \sqrt{\frac{1}{n+1}}\right) = 0$

6.2. ispitati koji od sledećih nizova su ograničeni.

(a) $a_n = \frac{n+1}{n+2}$

(c) $c_n = \max\{n, 5\}$

(b) $b_n = \frac{3n^2-1}{n^2+1}$

(d) $d_n = \frac{2^n}{n!}$

6.3. Ispitati koji od navedenih nizova su monotoni

(a) $\frac{n}{n+1}$

(b) $b_n = n^2 - 8n + 12$

6.4. Izračunati

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2}{n^2 + 1}$

(e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2}{2n + 3} - \frac{1 - 3n^3}{3n^2 + 1}$

(b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - n}{n^2 + 2n + 3}$

(f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

(c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 4n + 5}{n^4 + n^3 - 1}$

(g) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 1}{2^n - 1}$

(d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^3 + (n-1)^3}$

(h) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n+1} + 2^{n+3}}$

6.5. Odrediti granične vrednosti

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$

(b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + 3n + 4}{n^2 + 2n + 2}\right)^{2n}$

(c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + 3}{n^2 + 1}\right)^{3n}$

6.6. Dokazati da su sledeći nizovi konvergentni i odrediti $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

(a) $a_n = \frac{1}{n!}$
 (b) $a_n = \frac{n^n}{3^n n!}$

(c) $a_n = \frac{c^n}{n!}, c > 0$
 (d) $a_n = q^n, |q| < 1$

6.7. Dokazati da važe sledeće jednakosti

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} nq^n = 0, |q| < 1$
 (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k q^n = 0, |q| < 1, k \in \mathbb{N}$
 (c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a} = 1, a > 0$
 (d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n} = 1$
 (e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(e^{\frac{1}{n}} - 1) = 1,$

6.8. Izračunati primenom teoreme o policajcima

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \sin n!}{n^2 + 1}$
 (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cos(2^n(n+3))}{2^n}$
 (c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n}} \right)$

6.9. Izračunati primenom Štolcove teoreme

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1^p + 2^p + \dots + n^p}{n^{p+1}}, p \in \mathbb{N}$
 (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n}}{n}$
 (c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1^p + 2^p + \dots + n^p}{n^p} - \frac{n}{p+1} \right), p \in \mathbb{N}$

6.10. Odrediti granične vrednosti

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{\frac{1}{n+1}} + 3^{\frac{1}{n+1}}}{2^{\frac{1}{n}} + 3^{\frac{1}{n}}}$
 (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} \right)$
 (c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$
 (d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt[5]{n^2} - 3\sqrt[5]{n^3}}{3\sqrt[5]{n^2} + 2\sqrt[5]{n^3}}$
 (e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}}}}}{\sqrt{10n + \sqrt{8n + \sqrt{6n + \sqrt{4n + \sqrt{2n}}}}}}$
 (f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^{\frac{3}{2}} + 2n + \sqrt{n}}{5n^{\frac{3}{2}} + 5n - 3\sqrt{n}}$
 (g) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{n^2}(\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})$
 (h) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + 3}{n^2 + 2n + 3} \right)^{n(n+1)}$
 (i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{n} + 1}{\sqrt{n} - 1} \right)^{3\sqrt{n}}$

7 Redovi

7.1. Odrediti sumu reda

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{5} \right)^n$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+1)}$

7.2. Ispitati konvergenciju redova sa pozitivnim članovima

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^2 + 1}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

$$(e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{n}\right)^n n!$$

$$(g) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n-1}\right)^{3n}$$

$$(h) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)(n+2)}}$$

7.3. Ispitati konvergenciju redova sa pozitivnim članovima

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n + 1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-2)}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\right)^2$$

$$(e) \sum_{n=1}^{\infty} n^k q^n, 0 < q < 1, k \in \mathbb{N}$$

$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n!}}{(2 + \sqrt{1})(2 + \sqrt{2}) \dots (2 + \sqrt{n})}$$

$$(g) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \dots \cdot n^2}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (4n-3)}$$

$$(h) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (10n-9)}{(2n-1)!!}$$

7.4. Ispitati apsolutnu i uslovnu konvergenciju alternirajućih redova

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n^2+n}{2}} \frac{n}{2^n}$$

$$(e) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n+1}{3n+1}\right)^n$$

$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$$