

Uvod u interaktivno dokazivanje teorema

Vežbe 3

Zadatak 1 *Intuicionistička pravila prirodne dedukcije u iskaznoj logici*

Diskutovati o pravilima uvođenja i pravilima eliminacije prirodne dedukcije iskazne logike. Pomoću ključne reči *thm* ispitati svako pravilo prirodne dedukcije. Primeniti odgovarajuće pravilo prirodne dedukcije na jednostavnim formulama i diskutovati o cilju koga treba dokazati pre i posle primene tog pravila.

Uvodjenje konjunkcije: *conjI*

lemma $A \wedge B$

Uvodjenje disjunkcije: *disjI1/disjI2*

lemma $A \vee B$

Uvodjenje implikacije: *impI*

lemma $A \longrightarrow B$

Uvodjenje ekvivalencije: *iffI*

lemma $A \longleftrightarrow B$

Uvodjenje negacije: *notI*

lemma $\neg A$

Eliminacija konjunkcije. *conjE*

lemma $A \wedge B \Longrightarrow C$

Eliminacija disjunkcije. *disjE*

lemma $A \vee B \Longrightarrow C$

Eliminacija implikacije. *impE*

lemma $A \longrightarrow B \Longrightarrow C$

Eliminacija ekvivalencije. *iffE*

lemma $A \longleftrightarrow B \Longrightarrow C$

Eliminacija negacije. *notE*

lemma $\neg A \Longrightarrow B$

Zadatak 2 *Dokazi u prirodnoj dedukciji*

Pokazati da su sledeće formule tautologija u iskaznoj logici. Dozvoljeno je korišćenje samo intuicionističkih pravila prirodne dedukcije.

lemma $A \wedge B \longrightarrow B \wedge A$

lemma $A \vee B \longrightarrow B \vee A$

lemma $A \wedge B \longrightarrow A \vee B$

lemma $(A \wedge B \longrightarrow C) \longrightarrow (A \longrightarrow (B \longrightarrow C))$

lemma $(A \longrightarrow (B \longrightarrow C)) \longrightarrow (A \wedge B \longrightarrow C)$

lemma $\neg (A \vee B) \longrightarrow \neg A \wedge \neg B$

lemma $\neg A \wedge \neg B \longrightarrow \neg (A \vee B)$

lemma $\neg (A \longleftrightarrow \neg A)$

Dodatni primeri:

lemma $(Q \longrightarrow R) \wedge (R \longrightarrow P \wedge Q) \wedge (P \longrightarrow Q \vee R) \longrightarrow (P \longleftrightarrow Q)$

lemma $(P \longrightarrow Q) \wedge (Q \longrightarrow R) \longrightarrow (P \longrightarrow Q \wedge R)$

lemma $(P \longrightarrow Q) \wedge \neg Q \longrightarrow \neg P$

lemma $(P \longrightarrow (Q \longrightarrow R)) \longrightarrow (Q \longrightarrow (P \longrightarrow R))$

lemma $\neg (P \wedge \neg P)$

lemma $A \wedge (B \vee C) \longrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

lemma $\neg (A \wedge B) \longrightarrow (A \longrightarrow \neg B)$

lemma $(A \longrightarrow C) \wedge (B \longrightarrow \neg C) \longrightarrow \neg (A \wedge B)$

lemma $(A \wedge B) \longrightarrow ((A \longrightarrow C) \longrightarrow \neg (B \longrightarrow \neg C))$

lemma $(A \longleftrightarrow B) \longrightarrow (\neg A \longleftrightarrow \neg B)$

lemma $A \longrightarrow \neg \neg A$

lemma $\neg (A \longleftrightarrow \neg A)$

lemma $(A \longrightarrow B) \longrightarrow (\neg B \longrightarrow \neg A)$

lemma $\neg A \vee B \longrightarrow (A \longrightarrow B)$