

Uvod u interaktivno dokazivanje teorema

Vežbe 1

Zadatak 1 *Primer jednostavne teorije*

- (a) Pokazati da važi komutativnost i asocijativnost operacije $(+) :: nat \Rightarrow nat \Rightarrow nat$.
- (b) Definisati funkciju *sledbenik* $:: nat \Rightarrow nat$ i pokazati da važi $sledbenik (sledbenik x) = x + 2$.
- (c) Pokazati da ako važi $x > 0$ onda $sledbenik x > 1$. Te pokazati da ako važi $x < 5$ onda $sledbenik x < 6$.
- (d) Prethodna dva tvrđenja uopštiti u opšte tvrđenje o ograničenosti sledbenika.
- (e) Definisati funkciju *kvadrat* $:: nat \Rightarrow nat$ i pokazati da važi $kvadrat (x + 1) = kvadrat x + 2 * x + 1$.
- (f) Definisati rekurzivnu funkciju *sum* $:: nat list \Rightarrow nat$ koja računa sumu liste prirodnih brojeva. Pokazati da se *sum xs* ponaša isto kao i *foldr* primenjen na odgovarajuću funkciju, listu *xs*, i odgovarajuću početnu vrednost akumulatora. Nako toga pokazati sledeće svojstvo $sum (xs @ ys) = sum xs + sum ys$.
- (g) Definisati rekurzivnu funkciju *len* $:: nat list \Rightarrow nat$ koja računa dužinu liste prirodnih brojeva. Pokazati da se *len xs* ponaša isto kao i *foldr* primenjen na odgovarajuću funkciju, listu *xs*, i odgovarajuću početnu vrednost akumulatora (Savet: Zgodno je koristiti lambda funkciju $(\lambda x y. f x y)$ za definisanje funkcije koju prima *foldr*). Nako toga pokazati sledeće svojstvo $len (xs @ ys) = len xs + len ys$.

Zadatak 2 *Zapisivanje logičkih formula*

- (a) Zapisati nekoliko logičkih formula koje uključuju logičke konstante *True* i *False*, logičke veznike $\neg, \wedge, \vee, \longrightarrow, i \longleftrightarrow/=$, i univerzalne i egzistencionalne kvantifikatore \forall i \exists
- (b) Zapisati sledeće rečenice u logici prvog reda i dokazati njihovu ispravnost.
 - (b.1) Ako onaj ko laže taj i krade i ako bar neko laže, onda neko i krade.
 - (b.2) Ako "ko radi taj ima ili troši" i "ko ima taj peva" i "ko troši taj peva", onda "ko radi taj peva"
- (c) Zapisati sledeći skup rečenica u logici prvog reda i dokazati njihovu nezadovoljivost.
 - (c.1) Ako je X prijatelj osobe Y, onda je i Y prijatelj osobe X.
 - (c.2) Ako je X prijatelj osobe Y, onda X voli Y.
 - (c.3) Ne postoji neko ko je povredio osobu koju voli.
 - (c.4) Osoba Y je povredila svog prijatelja X.