Студент: Михајло Анђелковић, 117/2002 (Р)
Математички факултет, Београд
19. мај 2004.

Четврти домаћи рад

из предмета "Увод у нумеричку математику",
пратећи материјал

Задата је j-на $0.1 \cdot \sin x = x + 2$. Треба наћи њено решење методом регула фалси и методом сечице. Обе ове методе имају доста сличности те се могу обрадити паралелно. Прво ћу написати ф-ју која представља j-ну и израчунати њене изводе:

$$f(x):\ 0.1 \cdot \sin x = x + 2 \ \Leftrightarrow\ f(x) = 0.1 \cdot \sin x - x - 2$$

$$f'(x) = 0.1 \cdot \cos x - 1$$
$$f''(x) = -0.1 \cdot \sin x$$

И први и други извод су дефинисани на $\boldsymbol{R}$.

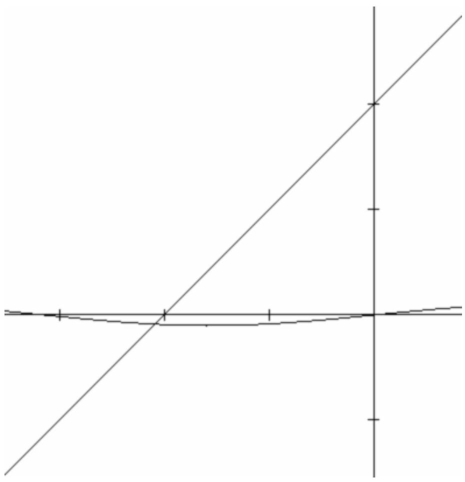
Локализација решења (Егзистенција)

Сама поставка задатка имплицира разлагање f на $f_1(x) = 0.1 \cdot \sin x$ и $f_2(x) = x + 2$. Скицирањем графика f_1 и f_2 се могу добити следеће процене:

$$\xi \in (-3,-2): \quad \begin{cases} f(-3) = 0.98588 \\ f(-2) = -0.090930 \end{cases}$$

$$\xi \in \begin{pmatrix} -2.1; \\ -2.05 \end{pmatrix}: \quad \begin{cases} f(-2.1) = 0.013679 \\ f(-2.05) = -0.038736 \end{cases}$$

$$\xi \in \begin{pmatrix} -2.09; \\ -2.08 \end{pmatrix}: \quad \begin{cases} f(-2.09) = 0.003178 \\ f(-2.08) = -0.007313 \end{cases}$$



Провера услова метода (егзистенција и почетна тачка)

1. Ф-ја мора бити непрекидна на затвореном интервалу $[a,b]$:

   $f' = 0.1\cdot\cos x - 1 \ \in C(R) \ \Rightarrow \ f \in C^1[a,b]$, што важи.

2. Производ граница интервала мора бити мањи од нуле.

   $f(a)f(b) = f(-2.09)f(-2.08) = 0.00317845\cdot(-0.00731338) < 0$

3. Први и други извод постоје на датом интервалу. Први извод

   $$f'(x) = 0.1\cdot\cos x - 1$$

   никад нема нулу (јер је амплитуда косинуса овде мања од броја који се одузима) а непрекидан је и гладак јер га чине такве ф-је те је константног знака. Негативан је.

   Други извод

   $$f''(x) = -0.1\cdot\sin x$$

   Задржава периоду и распоред нула синуса. Дакле нуле су му распоређене на $Z\pi$. Како нј-на $b = -2.08 > k\pi > -2.09 = a$ нема решења у ***R***, други извод овде нема нулу, а пошто је непрекидан и гладак (чине га такве ф-је), не мења знак. Позитиван је на посматраном интервалу.

4. Избор почетне тачке се врши према $f(x_0)\cdot f''(x_0) > 0$, што значи да ће почетна тачка бити $x_0 = a = -2.09$ а друга $x_1 = b = -2.08$.

Критеријум завршавања итерација

Критеријум завршавања итерација за обе методе јесте $|f \geq (x_n)| \leq m_1\cdot\varepsilon$. Где је

$$m_1 = \min_{[a,b]}|f'(x)|$$

пошто је други извод увек позитиван на датом интервалу, први извод је монотоно-растућа ф-ја. Узевши у обзир да се тражи минимум апсолутне вредности као и то да је први извод негативан минимална вредност ће му бити на десној страни интервала:

$$m_1 = |f'(b)| = 1.048750.$$

Према поставци задатка, интервал $(-2.09;-2.08)$ је довољан да омогући тестирање свих наведених корака. Ипак, ради боље прегледности, користићу претходни интервал $(-3;-2)$ за кога такође важе претходно проверени услови, а вредност константе $m_1 = 1.041610$.