

1. (10 poena) Napisati M-fajl *zad1.m* sa funkcijom $PR = \text{zad1}(f, X)$ koja za zadatu anonimnu funkciju f računa i kao rezultat vraća vrednost podeljene razlike $PR = f[\underbrace{x_0, \dots, x_0}_{n_0}, \underbrace{x_1, \dots, x_1}_{n_1}, \dots, \underbrace{x_m, \dots, x_m}_{n_m}]$, gde je $X =$

$[\underbrace{x_0, \dots, x_0}_{n_0}, \underbrace{x_1, \dots, x_1}_{n_1}, \dots, \underbrace{x_m, \dots, x_m}_{n_m}]$ (pogledati test primer).

2. (a) (4 poena) Napisati M-fajl *zad2a.m* sa funkcijom $\text{ind} = \text{zad2a}(S, p, a, b)$ koja proverava da li je sistem polinoma, zadatih u promenljivoj S u obliku cell array-a, ortogonalan na intervalu $[a, b]$ u odnosu na skalarni proizvod $(f, g) = \int_a^b p(x)f(x)g(x)dx$ sa težinskom funkcijom $p(x)$. U slučaju potvrdnog odgovora, funkcija kao rezultat vraća vrednost 1, a u suprotnom vrednost -1. Dozvoljeno je korišćenje ugrađene MATLAB funkcije za računanje integrala.

(b) (6 poena) Napisati M-fajl *zad2b.m* sa funkcijom $[Q, \text{greska}] = \text{zad2b}(f, S, p, a, b)$ koja određuje polinom Q najbolje srednjekvadratne aproksimacije, što je moguće višeg stepena, funkcije f na intervalu $[a, b]$. Za bazu koristiti sistem ortogonalnih polinoma zadatih u cell-array-u S u odnosu na težinsku funkciju $p(x)$. Funkcija vraća koeficijente formiranog polinoma Q i grešku aproksimacije.

3. (10 poena) QR algoritam za nalaženje sopstvenih vrednosti matrice A se može ubrzati primenom na matrice:

$$(*) \quad A_k - p_k I = Q_k R_k, \quad A_{k+1} = R_k Q_k + p_k I, \quad k = 0, 1, \dots$$

gde je $A_0 = A$ gornje Hessenbergova matrica, I je jedinična matrica, a konstante p_k se određuju na sledeći način. Neka je $A_k = [a_{ij}^{(k)}]$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, n$ i ako je $a_{n,n}^{(k)} \neq 0$ onda je $p_k = a_{n,n}^{(k)}$. U suprotnom, ako je $a_{n,n}^{(k)} = 0$, posmatra se podmatrica $\begin{bmatrix} a_{n-1,n-1}^{(k)} & a_{n-1,n}^{(k)} \\ a_{n,n-1}^{(k)} & a_{n,n}^{(k)} \end{bmatrix}$ matrice A_k (donji desni ugao). Ova podmatrica ima dve sopstvene vrednosti λ_1 i λ_2 , pa se za p_k uzima ona vrednost λ_i , $i = 1, 2$ koja je po apsolutnoj vrednosti bliža nuli.

Napisati M-fajl *zad3.m* sa funkcijom $v = \text{zad3}(A, \text{tol})$ koja modifikovanim QR algoritmom (*) određuje vektor sopstvenih vrednosti v polazne matrice A , sa tačnošću tol . Funkcija treba da radi samo za gornje Hessenbergove matrice (pogledati test primer). Za rastavljanje na proizvod unitarne i gornje-trougaoe matrice dozvoljeno je korišćenje ugrađene MATLAB funkcije. Nigde nije dozvoljeno korišćenje ugrađene MATLAB funkcije za određivanje sopstvenih vrednosti.

TEST PRIMER:

```
>> PR=zad1(@(x)exp(x).*x,[1 1 1 2 3 3])
PR = 0.3842

>> ind=zad2a({[1], [3 1], [7.5 0 -1.5], [17.5 0 -7.5 0]},@(x)1-x.^2,-1,1)
Sistem nije ortogonalan
ind = -1

>> ind=zad2a({[1], [3 0], [7.5 0 -1.5], [17.5 0 -7.5 0]},@(x)1-x.^2,-1,1)
Sistem je ortogonalan
ind = 1

>> [Q,greska]=zad2b(@(x)sin(exp(x)),{[1], [3 0], [7.5 0 -1.5], [17.5 0 -7.5 0]},@(x)1-x.^2,-1,1)
Q = -0.5166 -0.3629 0.5543 0.8564
greska = 0.0183

>> A=[10 2 0 0;3 7 1 0; 0 2 6 1;0 0 4 0];
>> v=zad3(A,1e-3)
v =
11.4709
7.3264
4.8329
-0.6302

>> B=[10 2 0 0;3 7 1 0; 0 2 6 1;1 0 4 0]
>> v=zad3(B,1e-3)
??? Error using ==> zad3
Matrica nije u gornje Hessenbergovoj formi
```