

1) (10 poena) Napisati M-fajl *zad1.m* sa funkcijom $P = \text{zad1}(f, \text{alfa}, n)$ koja određuje i kao rezultat vraća polinom P stepena n takav da je $\int_{-1}^1 (1-x^2)^{\alpha-1/2} [f(x) - P_n(x)]^2 dx$, $\alpha = \text{const}$, minimalno. Za bazis koristiti familiju Gegenbauerovih polinoma koji su ortogonalni na $[-1, 1]$ u odnosu na težinsku funkciju $w(x) = (1-x^2)^{\alpha-1/2}$ i koji se mogu odrediti korišćenjem rekurentne formule:

$$G_n(x) = \frac{1}{n} [2x(n + \alpha - 1) G_{n-1}(x) - (n + 2\alpha - 2) G_{n-2}(x)], \quad G_0(x) = 1, \quad G_1(x) = 2\alpha x.$$

2) (a) (9 poena) Napisati M-fajl *zad2.m* sa funkcijom $H = \text{zad2}(a, b, n)$ koja najpre tabelira funkciju $f(x) = 3x\sqrt{x-1}$ na intervalu $[a, b]$ sa n čvorova, a zatim formira i kao rezultat vraća Hermiteov interpolacioni polinom formiran na osnovu vrednosti funkcije i vrednosti prvog izvoda funkcije u svih n tačaka.

(b) (3 poena) Napisati M-fajl *zad2b.m* sa funkcijom $N = \text{zad2b}(a, b, x, \text{tol})$ koja određuje najmanji broj čvorova interpolacije N potrebnih da greška interpolacije u tački x ne bude veća od tol . Grešku interpolacije računati kao razliku tačne vrednosti funkcije $f(x)$ i vrednosti formiranog polinoma $H(x)$ u traženoj tački.

3) (8 poena) Napisati M-fajl *zad3.m* sa funkcijom *zad3()* koja sa tačnošću 10^{-4} pronalazi sva rešenja datog sistema nelinearnih jednačina

$$xe^x - y = 2, \quad y^2 - x^2 = 0.5.$$

Potrebno je u funkciji najpre grafički lokalizovati sva rešenja, a zatim za svako rešenje odrediti broj iteracija potreban Njutnovoj i modifikovanoj Njutnovoj metodi za dostizanje tog rešenja polazeći od iste aproksimacije za početno rešenje. Za svako rešenje funkcija ispisuje tekst oblika:

Resenje je

x= ...(izracunata vrednost)

y= ...(izracunata vrednost)

Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja Njutnovom metodom je ...

Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja modifikovanom Njutnovom metodom je ...

TEST PRIMER:

```
>> P=zad1(@cos.*exp,1,3)
```

P =

```
-0.3652  -0.1249  1.0059  1.0104
```

```
>> H=zad2(2.5,4.5,4)
```

H =

```
0.0001  -0.0016  0.0175  -0.1056  0.3339  0.2272  3.3318  -3.0219
```

```
>> N=zad2b(2.5,4.5,2.8,1e-10)
```

N =

```
>> zad3()
Resenje je
x=
  -2.1382
```

```
y=
  -2.2520
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja Njutnovom metodom je :
  3
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja modifikovanom Njutnovom metodom je:
  4
```

```
Resenje je
x=
  0.5942
```

```
y=
  -0.9237
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja Njutnovom metodom je :
  6
```

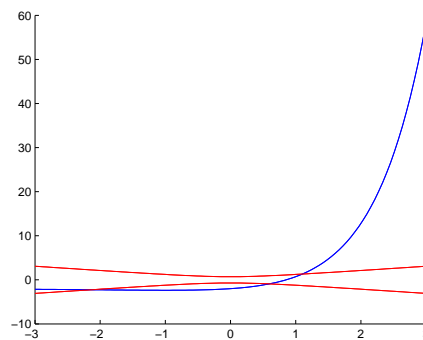
```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja :
  5
```

```
Resenje je
x=
  1.1006
```

```
y=
  1.3081
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja :
  6
```

```
Broj potrebnih iteracija za dostizanje ovog resenja :
  30
```



Grafik za zad4.m, lokalizacija resenja