

Numerička analiza 1B - Septembar 2015.

1.(6 poena) Izračunati $f(3)$ pomoću prirodnog kubnog interpolacionog splajna funkcije date tabelom

x	0	2	4	5
f(x)	10	15	12	14

2.(6 poena) Ispitati da li je moguće aproksimirati funkciju $u(x) = \cos x$ polinomom drugog stepena tako da važi

$$\max_{x \in [-0.5, 0.5]} |\cos x - p(x)| \leq 0.00005$$

3. Dat je sistem nelinearnih jednačina:

$$x^3 y^2 + 17y = 8.5$$

$$9x - x^4 \sin y^2 = 4.5$$

a) (6 poena) Metodom iteracije odrediti sa tačnošću $5 \cdot 10^{-5}$ njegovo rešenje u oblasti $D = \{(x, y) | 0.4 \leq x, y \leq 0.6\}$

b) (2 poena) Na osnovu apriorne ocene greske proceniti broj iteracija koje je potrebno uraditi da bi se postigla tačnost 10^{-7} .

Numerička analiza 1B - Septembar 2015.

1.(6 poena) Izračunati $f(3)$ pomoću prirodnog kubnog interpolacionog splajna funkcije date tabelom

x	0	2	4	5
f(x)	10	15	12	14

2.(6 poena) Ispitati da li je moguće aproksimirati funkciju $u(x) = \cos x$ polinomom drugog stepena tako da važi

$$\max_{x \in [-0.5, 0.5]} |\cos x - p(x)| \leq 0.00005$$

3. Dat je sistem nelinearnih jednačina:

$$x^3 y^2 + 17y = 8.5$$

$$9x - x^4 \sin y^2 = 4.5$$

a) (6 poena) Metodom iteracije odrediti sa tačnošću $5 \cdot 10^{-5}$ njegovo rešenje u oblasti $D = \{(x, y) | 0.4 \leq x, y \leq 0.6\}$

b) (2 poena) Na osnovu apriorne ocene greske proceniti broj iteracija koje je potrebno uraditi da bi se postigla tačnost 10^{-7} .

REŠENJA:

1. $h_1 = h_2 = 2, h_3 = 1$

Formiramo sistem jednačina $\mu_i M_{i-1} + 2M_i + \nu_i M_{i+1} = \lambda_i$

$$\mu_1 = \frac{h_1}{h_1+h_2} = \frac{1}{2}, \mu_2 = \frac{h_2}{h_2+h_3} = \frac{2}{3}$$

$$\nu_1 = 1 - \mu_1 = \frac{1}{2}, \nu_2 = 1 - \mu_2 = \frac{1}{3}$$

$$\lambda_1 = 6f[x_0, x_1, x_2] = -6, \lambda_2 = 6f[x_1, x_2, x_3] = 7$$

$$\mu_1 M_0 + 2M_1 + \nu_1 M_2 = \lambda_1$$

$$\mu_2 M_1 + 2M_2 + \nu_2 M_3 = \lambda_2$$

Kako je splajn prirodni, $M_0 = M_3 = 0$ pa sistem postaje:

$$2M_1 + \frac{1}{2}M_2 = -6$$

$$\frac{2}{3}M_1 + 2M_2 = 7$$

Rešavanjem dobijamo vrednosti $M_1 = -4.2273, M_2 = 4.9091$.

Formiramo splajn na $[2,4]$:

$$\alpha_1 = f_1 = 15$$

$$\beta_1 = \frac{f_2 - f_1}{h_2} - \frac{h_2}{6}(2M_1 + M_2) = -0.3182$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}M_1 = -2.1136$$

$$\delta_1 = \frac{1}{6h_1}(M_2 - M_1) = 0.7614$$

$$S(f; x) = 15 - 0.3182(x - 2) - 2.1136(x - 2)^2 + 0.7614(x - 2)^3, x \in [2, 4]$$

$$S(3) = 13.3296$$

2. Zbirka, zad.4.56, str. 152

3. a) Zbirka, strana 240, zadatak 7.9b) (malo modifikovan) $x^{(3)} = 0.501729, y^{(3)} = 0.498156$

b) $q=0.050878$

$$\frac{1}{\ln q} * \ln \frac{10^{-7}(1-q)}{\|g([0.5,0.5]'-[0.5,0.5]')\|} \leq n, \quad 3.314401 \leq n$$