Numeričke metode - MATLAB kolokvijum 26.05.2018.

1.(10 poena) Ocena greške Hermiteovog interpolacionog polinoma $H_n(x)$ stepena n, konstruisanog za funkciju $f(x) \in C^{n+1}[x_0, x_m]$, data je izrazom

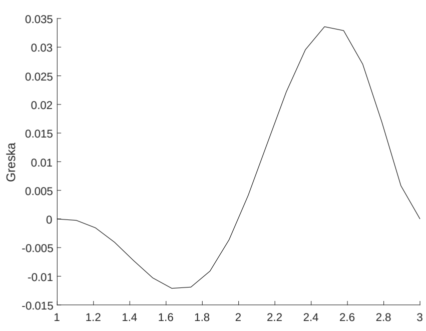
$$R(x) = f(x) - H_n(x) = f[x, \underbrace{x_0, ..., x_0}_{n_0}, \underbrace{x_1, ..., x_1}_{n_1}, ..., \underbrace{x_m, ..., x_m}_{n_m}] \cdot w_{n+1}(x), \quad w_{n+1}(x) = \prod_{i=0}^{m} (x - x_i)^{n_i}.$$

Napisati M-fajl `zad1.m` sa funkcijom `zad1(f,X)` koja za prosleđenu anonimnu funkciju `f` i vektor `X` $= [\underbrace{x_0, ..., x_0}_{n_0}, \underbrace{x_1, ..., x_1}_{n_1}, ..., \underbrace{x_m, ..., x_m}_{n_m}]$ računa grešku Hermiteovog interpolacionog polinoma u 20 ekvidistantno raspoređenih tačaka intervala $[x_0, x_m]$. Na osnovu 20 dobijenih vrednosti, nacrtati grafik funkcije greške $R(x)$.
Napomena: Grešku računati korišćenjem gornje formule, bez formiranja polinoma.

2.(10 poena) Napisati M-fajl `zad2.m` sa funkcijom `[n,P]=zad2(f,tol)` koja za zadatu funkciju `f` određuje najmanji prirodan broj `n` i polinom `P` stepena `n` najbolje srednjekvadratne aproksimacije za funkciju `f` na intervalu $[-1, 1]$ u odnosu na skalarni proizvod $(g, h) = \int_{-1}^{1} \frac{g(x)h(x)}{\sqrt{1-x^2}}$, tako da greška aproksimacije ne bude veća od `tol`. Dozvoljeno je korišćenje ugrađene MATLAB funkcije za računanje integrala.

3.(10 poena) Napisati M-fajl `zad3.m` sa funkcijom `[X, iterI, iterGZ]=zad3(f, g, x0, tol)` koja najpre proverava da li je uslov konvergencije iterativne metode za rešavanje sistema od dve nelinearne jednačine sa dve nepoznate zadovoljen u tački `x0` za prosledjene iterativne formule $x = f(x, y) \equiv$ `f` i $y = g(x, y) \equiv$ `g`. Funkcije `f` i `g` se prosleđuju kao anonimne funkcije. Ukoliko uslov konvergencije nije ispunjen, funkcija prekida program i štampa poruku o grešci. U suprotnom, pronalazi rešenje sistema nelinearnih jednačina u okolini tačke `x0` sa tačnošću `tol` koristeći iterativnu metodu i Gaus-Zajdelovu metodu. Funkcija kao rezultat vraća rešenje `X` sa traženom tačnošću, kao i broj iteracija koji je bio potreban svakoj od ove dve metode da se dođe do tog rešenja (`iterI, iterGZ`).

```
TEST PRIMERI:
>> zad1(@(x)exp(x).*x,[1 1 1 2 3 3])
```



Grafik za zad1.m

```
>> [n,P]=zad2(@(x)acos(x),0.1)
n = 3
P = -0.5659    0.0000   -0.8488    1.5708

>> [X,iterI, iterGZ]=zad3(@(x,y)(x^3+y^3+3)/6,@(x,y)sin(x^3-y^3+2),[0.5;0.5],1e-4)
X = 0.7239
    0.9879

iterI = 16
iterGZ = 10

>> [X,iterI, iterGZ]=zad3(@(x,y)(x^3+y^3+3)/6,@(x,y)sin(x^3-y^3+2),[1;1],1e-4)
Error using zad3
nije kontrakcija
```