NA1 B - Test 2, 31.5.2018.

1. (5 poena) Dokazati da je polinom najbolje ravnomerne aproksimacije neprekidne funkcije jedinstven.

2. (5 poena) Izvesti rekurentnu formulu koju zadovoljava Čebiševljev polinom $T_n^{[0,1]}(x)$ definisan na intervalu $[0,1]$ (nije potrebno izvoditi formulu za $T_n(x)$ kad $x \in [-1,1]$).

3. (5 poena) Neka je C konveksna oblast u X i $x_0 \in C$, $F : X \to Y$ je neprekidan operator takav da postoji $F'(x)$ za svako $x \in C$ koji ima sledeće osobine:
(a) $||F'(x) - F'(y)|| \leq \gamma||x-y||, \forall x, y \in C$
(b) postoji $[F'(x)]^{-1}$ i $||[F'(x)]^{-1}|| \leq \beta, \forall x \in C$
(c) $||[F'(x_0)]^{-1}F(x_0)|| \leq \alpha$
gde su α, β, γ konstante takve da $h = \frac{\alpha\beta\gamma}{2} < 1$ i neka je $S(x_0, r) = \{x| ||x - x_0|| < r\} \subseteq C$, pri čemu je $r = \frac{\alpha}{1-h}$. Tada svi članovi niza određenog rekurentnom formulom $x_{n+1} = x_n - [F'(x_n)]^{-1}F(x_n)$, $n = 0, 1, 2, ...$ sa početnom tačkom x_0 pripadaju lopti $S(x_0, r)$. Dokazati.

NA1 B - Test 2, 31.5.2018.

1. (5 poena) Dokazati da je polinom najbolje ravnomerne aproksimacije neprekidne funkcije jedinstven.

2. (5 poena) Izvesti rekurentnu formulu koju zadovoljava Čebiševljev polinom $T_n^{[0,1]}(x)$ definisan na intervalu $[0,1]$ (nije potrebno izvoditi formulu za $T_n(x)$ kad $x \in [-1,1]$).

3. (5 poena) Neka je C konveksna oblast u X i $x_0 \in C$, $F : X \to Y$ je neprekidan operator takav da postoji $F'(x)$ za svako $x \in C$ koji ima sledeće osobine:
(a) $||F'(x) - F'(y)|| \leq \gamma||x-y||, \forall x, y \in C$
(b) postoji $[F'(x)]^{-1}$ i $||[F'(x)]^{-1}|| \leq \beta, \forall x \in C$
(c) $||[F'(x_0)]^{-1}F(x_0)|| \leq \alpha$
gde su α, β, γ konstante takve da $h = \frac{\alpha\beta\gamma}{2} < 1$ i neka je $S(x_0, r) = \{x| ||x - x_0|| < r\} \subseteq C$, pri čemu je $r = \frac{\alpha}{1-h}$. Tada svi članovi niza određenog rekurentnom formulom $x_{n+1} = x_n - [F'(x_n)]^{-1}F(x_n)$, $n = 0, 1, 2, ...$ sa početnom tačkom x_0 pripadaju lopti $S(x_0, r)$. Dokazati.

NA1 B - Test 2, 31.5.2018.

1. (5 poena) Dokazati da je polinom najbolje ravnomerne aproksimacije neprekidne funkcije jedinstven.

2. (5 poena) Izvesti rekurentnu formulu koju zadovoljava Čebiševljev polinom $T_n^{[0,1]}(x)$ definisan na intervalu $[0,1]$ (nije potrebno izvoditi formulu za $T_n(x)$ kad $x \in [-1,1]$).

3. (5 poena) Neka je C konveksna oblast u X i $x_0 \in C$, $F : X \to Y$ je neprekidan operator takav da postoji $F'(x)$ za svako $x \in C$ koji ima sledeće osobine:
(a) $||F'(x) - F'(y)|| \leq \gamma||x-y||, \forall x, y \in C$
(b) postoji $[F'(x)]^{-1}$ i $||[F'(x)]^{-1}|| \leq \beta, \forall x \in C$
(c) $||[F'(x_0)]^{-1}F(x_0)|| \leq \alpha$
gde su α, β, γ konstante takve da $h = \frac{\alpha\beta\gamma}{2} < 1$ i neka je $S(x_0, r) = \{x| ||x - x_0|| < r\} \subseteq C$, pri čemu je $r = \frac{\alpha}{1-h}$. Tada svi članovi niza određenog rekurentnom formulom $x_{n+1} = x_n - [F'(x_n)]^{-1}F(x_n)$, $n = 0, 1, 2, ...$ sa početnom tačkom x_0 pripadaju lopti $S(x_0, r)$. Dokazati.